



Vysoká škola báňská Technická univerzita Ostrava
VSB- Technical university of Ostrava

Fakulta metalurgie a materiálového inženýrství
Katedra materiálového inženýrství

Faculty of metallurgy and material engineering
Department of Material Engineering

VLIV VELIKOSTI ZKUŠEBNÍHO TĚLESA NA NAPĚŤOVĚ-DEFORMAČNÍ CHARAKTERISTIKY OCELÍ

THE SIZE EFFECT OF TESTING SAMPLE ON STRESS-STRAIN CHARACTERISTICS OF STEELS

DIPLOMOVÁ PRÁCE
DIPLOMA'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Bc. Vojtěch Friml

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

Prof. Ing. Bohumír Strnadel, DrSc.

OSTRAVA 2013

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Fakulta metalurgie a materiálového inženýrství
Katedra materiálového inženýrství

Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Vojtěch Friml**
Studijní program: N3923 Materiálové inženýrství
Studijní obor: 3911T031 Diagnostika a design materiálů
Téma: **Vliv velikosti zkušebního tělesa na napěťově deformační charakteristiky ocelí**
The size effect of testing sample on stress-strain characteristics of steels

Zásady pro vypracování:

- Literární řešení problematiky
- Tahové zkoušky materiálu R7T
- Hodnocení experimentálních výsledků
- Diskuse se zdůvodněním zjištěných trendů
- Závěry

Seznam doporučené odborné literatury:

- [1] Veles, P.: Mechanické vlastnosti a skúšanie kovov. ALFA, Bratislava, 1985, 401 s.
[2] Bridgman, P. W.: Studies in large plastic flow and fracture with special emphasis on the effects of hydrostatic pressure. McGraw-Hill, New-York, 1952, 362 s.
[3] Hart, E. W. Acta Metallurgica 1967;15: 351-355
[4] Sergueeva AV, Zhou J. Meacham BE, Branagan DJ. Material Science and Engineering A 2009;526:79-83.
[5] Zhao YH, Guo YZ, Wei Q, Topping TD, Dangelewicz AM, Zhu YT, Langdon TG, Lavernia EJ. Material Science and Engineering A 2009;525:68-77.
[6] Yuan WJ, Zhang ZL, Su YJ, Qiao LJ, Chu WY. Material Science and Engineering A 2012;532:601-605.
[7] Bao Y. Engineering Fracture Mechanics 2005;72:505-522.
[8] Keller C, Hug E, Feugas X. International Journal of Plasticity 2011;27:635-654.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **prof. Ing. Bohumír Strnadel, DrSc.**

Datum zadání: 30.11.2012

Datum odevzdání: 10.05.2013

prof. Ing. Vlastimil Vodárek, CSc.
vedoucí katedry



prof. Ing. Ludovít Dobrovský, CSc., Dr.h.c.
děkan fakulty

Zásady pro vypracování diplomové práce

I.

Diplomovou prací (dále jen DP) se ověřují vědomosti a dovednosti, které student získal během studia, a jeho schopnosti využívat je při řešení teoretických i praktických problémů.

II.

Uspořádání diplomové práce:

- | | |
|--|------------------------------|
| 1. Titulní list | 5. Obsah DP |
| 2. Zásady pro vypracování DP | 6. Textová část DP |
| 3. Prohlášení + místopřísežné prohlášení | 7. Seznam použité literatury |
| 4. Abstrakt + klíčová slova česky a anglicky | 8. Přílohy |

ad 1) Titulním listem je originál zadání DP, který student obdrží na své oborové katedře.

ad 2) Tyto „Zásady pro vypracování diplomové práce“ následují za titulním listem.

ad 3) Prohlášení + místopřísežné prohlášení napsané na zvláštním listě (student jej obdrží na své oborové katedře) a vlastnoručně podepsané studentem s uvedením data odevzdání DP. V případě, že DP vychází ze spolupráce s jinými právníckými a fyzickými osobami a obsahuje citlivé údaje, je na zvláštním listě vloženo prohlášení spolupracující právnícké nebo fyzické osoby o souhlasu se zveřejněním DP.

ad 4) Abstrakt a klíčová slova jsou uvedena na zvláštním listě česky a anglicky v rozsahu max. 1 strany pro obě jazykové verze.

ad 5) Obsah DP se uvádí na zvláštním listě. Zahrnuje názvy všech očíslovaných kapitol, podkapitol a statí textové části DP, odkaz na seznam příloh a seznam použité literatury, s uvedením příslušné stránky. Předpokládá se desetinné číslování.

ad 6) Textová část DP obvykle zahrnuje:

- Úvod, obsahující charakteristiku řešeného problému a cíle jeho řešení v souladu se zadáním DP;
- Vlastní rozpracování DP (včetně obrázků, tabulek, výpočtů) s dílčími závěry, vhodně členěné do kapitol a podkapitol podle povahy problému;
- Závěr, obsahující celkové hodnocení výsledků DP z hlediska stanoveného zadání.

DP bude zpracována v rozsahu min. 45 stran (včetně obsahu a seznamu použité literatury). Text musí být napsán vhodným textovým editorem počítače po jedné straně bílého nelesklého papíru formátu A4 při respektování následující **doporučené** úpravy – písmo Times New Roman (nebo podobné) 12b; řádkování 1,5; okraje – horní, dolní – 2,5 cm, levý – 3 cm, pravý 2 cm. Fotografie, schémata, obrázky, tabulky musí být očíslovány a musí na ně být v textu poukázáno. Budou zařazeny průběžně v textu, pouze je-li to nezbytně nutné, jako přílohy (viz ad 8).

Odborná terminologie práce musí odpovídat platným normám. Všechny výpočty musí být přehledně uspořádány tak, aby každý odborník byl schopen přezkoušet jejich správnost. U vzorců, údajů a hodnot převzatých z odborné literatury nebo z praxe musí být uveden jejich pramen – u literatury citován číselným odkazem (v hranatých závorkách) na seznam použité literatury.

Nedostatky ve způsobu vyjadřování, nedostatky gramatické, neopravené chyby v textu mohou snížit klasifikaci práce.

- ad 7) DP bude obsahovat alespoň 15 literárních odkazů, z toho nejméně 5 v některém ze světových jazyků.

Seznam použité literatury se píše na zvláštním listě. **Citaci literatury je nutno uvádět důsledně v souladu s ČSN ISO 690.** Na práce uvedené v seznamu použité literatury musí být uveden odkaz v textu DP.

- ad 8) Přílohy budou obsahovat jen ty části (speciální výpočty, zdrojové texty programů aj.), které nelze vhodně včlenit do vlastní textové části např. z důvodu ztráty srozumitelnosti.

III.

Diplomovou práci student odevzdá ve dvou knihařsky svázaných vyhotoveních, pokud katedra garantující studijní obor neurčí jiný počet. Vnější desky budou označeny takto:

nahoře: *Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava*

Fakulta metalurgie a materiálového inženýrství

Katedra

uprostřed: *DIPLOMOVÁ PRÁCE*

dole: *Rok* *Jméno a příjmení*

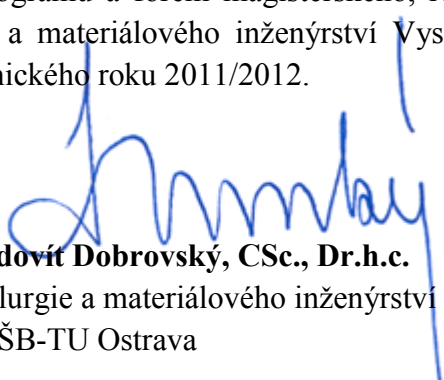
Kromě těchto dvou knihařsky svázaných výtisků odevzdá student kompletní práci také v elektronické formě do IS EDISON. Práce vložená v elektronické formě do IS EDISON se musí zcela shodovat s prací odevzdanou v tištěné formě.

IV.

Diplomová práce, která neodpovídá těmto zásadám, nemůže být přijata k obhajobě. Tyto zásady jsou závazné pro studenty všech studijních programů a forem magisterského, resp. navazujícího magisterského studia fakulty metalurgie a materiálového inženýrství Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava od akademického roku 2011/2012.

Ostrava 15. 11. 2011

Prof. Ing. Ludovít Dobrovský, CSc., Dr.h.c.
děkan fakulty metalurgie a materiálového inženýrství
VŠB-TU Ostrava



PROHLÁŠENÍ


Prohlašuji, že

- jsem byl(a) seznámen(a) s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. - autorský zákon, zejména §35 - užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního (§60 - školní dílo);
- беру на вѣдомі, že Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB - TUO) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§35 odst. 3);
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude archivována v elektronické formě v databázi Ústřední knihovny VŠB - TUO a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že údaje o diplomové práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO;
- bylo sjednáno, že s VŠB - TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu §12 odst. 4 autorského zákona;
- bylo sjednáno, že užít své dílo - diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB - TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB - TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše);
- беру на вѣдомі, že odevzdáním své diplomové práce souhlasím s jejím zveřejněním podle zákona č. 111/1998Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (Zákon o vysokých školách) bez ohledu na výsledek její obhajoby.

MÍSTOPŘÍSEŽNÉ PROHLÁŠENÍ

Místopřísežně prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci vypracoval(a) samostatně.

V Ostravě 10. 5. 2013.


podpis (jméno a příjmení studenta)

ABSTRAKT

Cílem této práce je stanovit vliv velikosti zkušebního tělesa z konstrukční oceli pro zkoušku jednoosým tahem, a to jak u vzorků s kruhovým průřezem, tak i plochých těles a nastolit možnosti sjednocení hodnocení pomocí Weibullova napětí. Současně tato práce obsahuje i rešerši především zahraničních odborných článků věnujících se dané problematice.

ABSTRACT

The goal of this thesis is to set the effect of size of testing specimen for tensile testing of structural steel, for round bars and also for flat specimens and establish possibilities of unification with the help of Weibull's stress. Therewithal includes this thesis literature research of this issue.

KLÍČOVÁ SLOVA

Zkouška jednoosým tahem, plochá zkušební tělesa, zkušební tělesa s kruhovým průřezem, konstrukční ocel, vliv velikosti, výrazná mez kluzu, mez pevnosti, tažnost, Bridgmanova korekce, Weibullovo napětí, vliv velikosti tělesa na zkoušku tahem

KEYWORDS

Tensile test, flat testing specimen, round testing bar, structural steel, size effect, Yield stress, Ultimate tensile stress, elongation to fracture, Bridgman's correction, Weibull's stress, size effect on tensile test

Obsah

1. Úvod	1
2. Napětově deformační charakteristiky ocelí	2
2.1. Obecné vztahy.....	5
2.2. Vliv tvaru tělesa	12
2.3. Plochá tělesa	13
2.4. Tělesa s kruhovým průřezem	15
2.5. Malá plochá tělesa	16
2.6. Model MLR – vývoj distribuce deformace.....	20
2.7. Model MLR - vývoj distribuce napětí	22
2.8. Změna mechanismu deformace ve vzorku	24
2.9. Tahová nestabilita	26
2.10. Výsledky analýzy.....	30
2.12. Distribuce napětí podle Weibulla	35
2.13. Vliv velikosti zkušebního tělesa	37
3. Shrnutí dosavadních výsledků	38
4. Základní cíle práce.....	40
5. Experimentální materiál, zkoušky, napětově deformační analýza.....	40
5.1. Základní charakteristika testované oceli	40
5.2. Příprava zkušebních těles a výsledky	41
5.3. Napětově-deformační analýza zkušebních těles	44
5.4. Souhrn experimentálních výsledků.....	45
6. Analýza experimentálních výsledků.....	51
7. Diskuse	51
8. Závěry	51
8. Seznam použité literatury	52

1. Úvod

Účelné využívání kovů a slitin v technické praxi i dosahování potřebné životnosti a provozní spolehlivosti polotovarů a výrobků vyžaduje od technologů a konstruktérů znát co nejdokonaleji vlastnosti kovových konstrukčních materiálů. V praxi jsou kovové materiály využívané na konstrukce používány k přenosu sil, jsou tedy namáhány mechanickým napětím. Při zkoušení materiálů bylo dospěno k určitým podobnostem a byly definovány normy pro zkoušení podobných druhů materiálů. V praxi bylo zjištěno, že přímé výstupy z klasických mechanických zkoušek nelze aplikovat na velkou rozsáhlou konstrukci. Rozsáhlá konstrukce, i kdyby byla namáhána stejně, jako zkušební těleso, vykazuje oproti němu rozdílné mechanické vlastnosti. Na tyto rozdílnosti nebyla zatím nalezena měřítková podobnost.

Jednou z nejkontroverznějších záležitostí při zkoušení mechanických vlastností je interpretace měřítkových zákonitostí na pevnost a houževnatost materiálů. Současný hlavní trend směřuje k miniaturizaci založené na současném vývoji nanomateriálů a kovových skel, což vyžaduje nejen úkony spojené s přípravou, manipulací a zkoušením velmi malých objemů materiálů, ale také s interpretací a porozuměním výsledků takových zkoušek. Hlavní otázkou je, zda je chování materiálu při malých objemech ovlivněno mechanikou nebo geometrií tělesa.

Byla provedena hloubková zkoumání nestability při tahu a tvorby krčků v materiálech, které deformačně zpevňují nebo vykazují citlivost na rychlost deformace s důsledkem zpevnění k vyjasnění některých kontroverzních myšlenek. [29]

Statická zkouška tahem tak, jak je předepsaná například v normách ASTM a ČSN, umožňuje zkoušet velice variabilní velikosti těles, která splňují určité parametry, konkrétně se jedná o poměr měrné délky a parametru průřezu v měřené sekci. Tyto poměry ale ve skutečnosti zcela neodpovídají, u menších těles lze naměřit statisticky významně jiné hodnoty než u těles větších.

Srovnávací metodou byla zkoumána tenčí a silnější tělesa při jednoosém tahu. Metoda prokázala, že naměřené hodnoty prodloužení, meze pevnosti i kluzu se mění s rozdílným průřezem tělesa, i když nijak významně. U některých materiálů (FH550) s rostoucí tloušťkou roste mez kluzu i pevnosti, u jiných (X80) se mez pevnosti snižuje, zatímco mez kluzu fluktuuje zhruba na stejné úrovni. [7]

Je zcela zřejmé, že rovnoměrná deformace je pro jeden materiál při stejných zátěžných podmínkách i při rozdílných velikostech tělesa stejná, zatímco krčková deformace je výraznější, což prokázala FEA metoda. [7] Zároveň lze tvrdit, že k lomu u větších průřezů dojde dříve, což dokazuje fakt, že naměřené prodloužení u tenčích těles nabývá vyšších hodnot. Tento fakt lze zdůvodnit pomocí úvahy, že u menších průřezů může deformace postupovat více, protože ji nebrzdí okolní materiál, a tedy množství deformační energie je přeměněno na větší lomové prodloužení než u těles s větším průřezem.

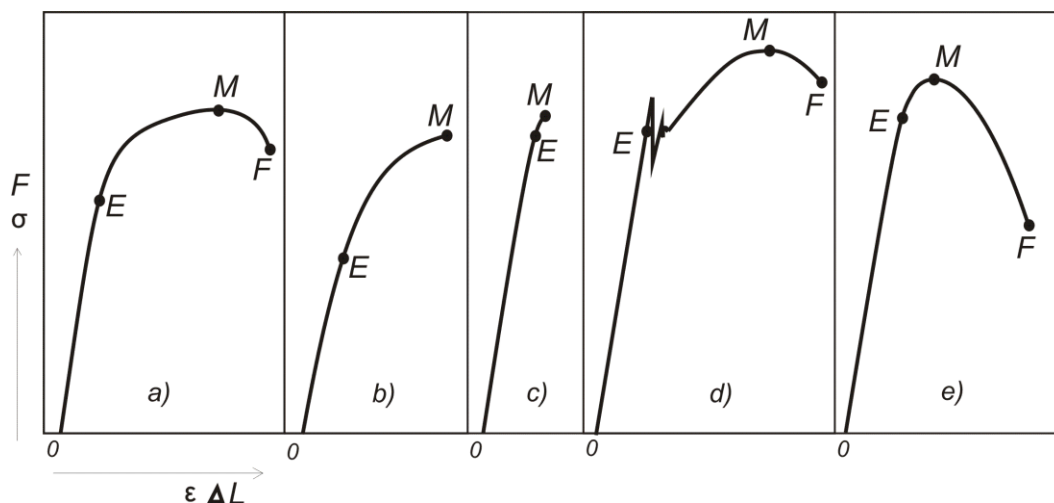
Zároveň s měnicí se tloušťkou, bavíme-li se o tělesech s obdélníkovým průřezem, jsou tahové diagramy ovlivněny i délkou tělesa, pokud by se mohla měnit, což ovšem není v souladu s normou ČSN EN 10002, a šířkou tělesa. Pokud bychom zaměnili u tělesa s obdélníkovým průřezem šířku s tloušťkou, získali bychom těleso, které jsou zde popsána jako žlábkované ploché (flat grooved). V neposlední řadě ovlivňuje deformační chování materiálů i rychlost zatěžování, v mé diplomové práci se zabývám statickým tahem, rychlostmi deformace pod $1 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$, kde takto malá rychlost nenarušuje příliš deformační charakteristiku. Samozřejmě se nezabývám měnicemi se vnějšími podmínkami, jako je teplota, tlak, korozní prostředí

Při zkouškách jednoosým tahem oceli R7T bylo zjištěno, že s rostoucím průřezem mírně roste mez kluzu i pevnosti a celkem výrazně klesá tažnost a kontrakce. Tento jev může být způsoben měnicím se podílem celkového průřezu a plochy hranic zrn. Velikost zrna byla u všech těles stejná, protože tělesa nebyla nadměrně namáhána při výrobě a byla vyjímána z jediného kusu železničního kola, tedy nelze očekávat výrazné změny materiálu. S vyšším podílem hranic zrn roste možnost disipace deformační energie právě zde, což způsobuje rozsáhlejší deformaci u menších těles.

2. Napětově deformační charakteristiky ocelí

Nejjednodušším způsobem, jak popsat napětově deformační chování konstrukčního materiálu, je zkouška jednoosým tahem. Výstupem z takové zkoušky je tahový diagram, kde lze odečíst základní charakteristiky materiálu. Jsou jimi mez kluzu R_e , pevnost v tahu R_m , kontrakce Z a tažnost A . Tyto hodnoty lze získat běžnou tahovou zkouškou dle normy ČSN EN ISO 6892-1. Kromě těchto základních veličin lze speciálními zkušebními postupy

zjistit i Youngův modul pružnosti, mez úměrnosti a konvenční mez pružnosti. Samotný tahový diagram, viz obrázek 1, vyjadřuje závislost napětí na deformaci,



Obrázek 1: Základní typy konvenčních tahových diagramů¹

a může být vyneseno v souřadnicích $F - \Delta L$ (záznam trhačského stroje), $\sigma - \epsilon$ (poměrné hodnoty konvenčních veličin), $\bar{\sigma} - \bar{\epsilon}$ (poměrné hodnoty skutečných veličin), $\bar{\sigma} - \bar{\psi}$ (poměrné hodnoty skutečných veličin).² Diagramy síla – prodloužení a napětí – deformace vypadají shodně, ale diagramy skutečných veličin jsou odlišné. [1]

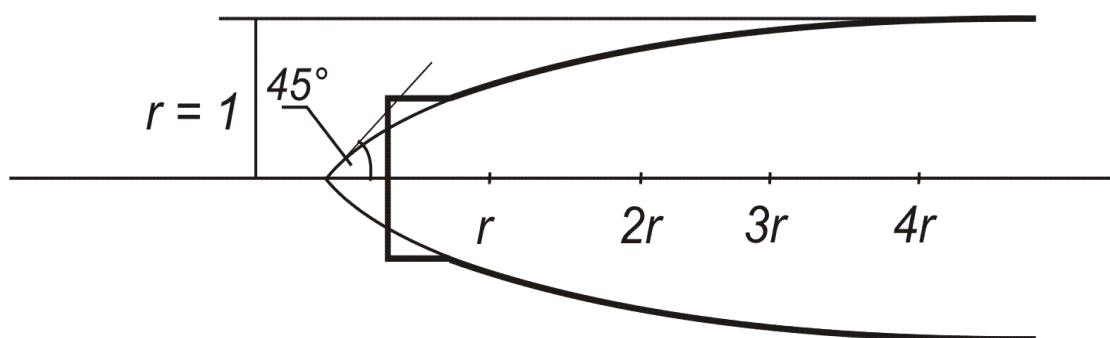
Při deformaci vzorku pomocí jednoosého tahu nejprve dochází k deformaci čistě elastické, která probíhá po celé délce zkušebního vzorku rovnoměrně. Je vratná a v případě ocele se dá označit jako malá. Taková deformace je na tahovém diagramu znázorněna přímkou o určité směrnici, která končí na mezi úměrnosti. Po dosažení meze úměrnosti a meze kluzu se vzorek začíná deformovat nejen elasticky, ale i plasticky, čili trvale. Zpočátku je tato deformace rovnoměrná, ale po dosažení meze plastické stability, na tahovém diagramu ve smluvních jednotkách znázorněném maximem, již deformace neprobíhá v celém objemu stejně, ale dojde k lokalizaci v jediném místě. Tímto místem je oblast s nejmenším průřezem, který může být způsoben místními nehomogenitami ve struktuře, nakupením dislokací, či jiným mechanismem. Tento průřez se nachází v měrné délce vzorku a je jen nepatrně menší

¹ a) všeobecný tvar diagramu s obvyklým poměrem jednotlivých oblastí bez výrazné meze kluzu, b) diagram deformačně zpevněného materiálu porušeného lomem při dosažení meze pevnosti bez vytvoření krčku, c) diagram křehkého materiálu, d) diagram materiálu s výraznou mezí kluzu, e) diagram materiálů, které se v plastické oblasti deformačně zpevňují

² $F = [N]$ - síla, $\Delta L = [m]$ - prodloužení, $\sigma = [MPa]$ - konvenční napětí, $\epsilon = [I]$ - konvenční deformace podélná, $\bar{\sigma} = [MPa]$ - skutečné napětí, $\bar{\epsilon} = [I]$ - skutečná deformace podélná, $\bar{\psi} = [I]$ - skutečná deformace krčku

než v jiných místech měrné délky. Po překročení meze plastické stability tedy vzniká lokalizovaná deformace označovaná jako krček. V této oblasti smluvní napětí klesá, ale skutečné napětí stále roste až do lomu. To je způsobeno výrazným zmenšením skutečného průřezu, zatímco smluvní napětí je počítáno z průřezu původního, nedeformovaného. Tvar krčku lze aproximovat pomocí kontrakčního kužele, obrázek 2, který byl studován *Moellendorffem* na válcových tyčích z měkké a středně tvrdé oceli, mědi, olova a plastelíny. Vyjádřil jeho řídicí čáru jako logaritmickou křivku podle rovnice 1

$$e^x = \frac{1}{1-y} \quad (1)$$



Obrázek 2: Tvar kontrakčního kužele

Za jednotku souřadnic zvolil vzdálenost r asymptoty k řídicí křivce, což je velmi přibližně poloměr těsně před místem kontrahování. Ve stejných jednotkách je vyjádřena vzdálenost x od počátku. V místě lomu jsou křivky obrysu hyperbolické. Podle tohoto návrhu by byl tvar kontrahované části závislý pouze na rozdělení napětí, ať již jde o krystalický kov či amorfni plastelínu. Bylo však zjištěno, že u kovů se vyskytují značné odchylky od *Moellendorffova* modelu. Zkouškami bylo prokázáno, že ve zkoušeném rozmezí od 5 do 30 mm je tvar zaškrcení na velikosti tyče nezávislý, ale odlišný od modelu. V blízkosti lomu je zakřivení příkřejší, ve větších vzdálenostech je náhlejší. *Moellendorffův* vzorec (1) byl tedy modifikován na tvar (2)

$$e^{\alpha x} = \frac{1}{1-y} \quad (2)$$

Kde součinitel α je větší než 1. Jeho velikost je závislá na nehomogenním vnitřním pnutí a na čistotě a homogenitě vzorku. Leží v mezích 1,0 – 1,2 pro surový nebo vyžíhaný stav; 1,2 – 1,8 pro kalený a zušlechtěný stav a 1,8 – 2,0 pro zušlechtěný zastudena tažený stav. Tato rovnice platí zhruba po souřadnici $3r$. [3]

2.1. Obecné vztahy

Zkušební tělesa pro zkoušku tahem musí splňovat rozměry předepsané v normě ČSN EN ISO 6892-1. Používají se dlouhé nebo krátké poměrné tyče s průřezem plochým nebo kruhovým. U kruhového průřezu je třeba splnit poměr měrné délky ku průměru, u plochých vzorků se jedná o poměr měrné délky k odmocnině z plochy průřezu.

$$L_{0 \text{ kruh}} = 5 \cdot d_{0 \text{ kruh}} \quad (3)$$

$$L_{0 \text{ kruh}} = 10 \cdot d_{0 \text{ kruh}} \quad (4)$$

$$L_{0 \text{ plochý}} = 5,65 \cdot \sqrt{S_{0 \text{ plochý}}} \quad (5)$$

$$L_{0 \text{ plochý}} = 11,3 \cdot \sqrt{S_{0 \text{ plochý}}} \quad (6)$$

Dané těleso je při tahové zkoušce zatěžováno silou F , která v tělese vyvolá napětí označované jako smluvní.

$$\sigma = \frac{F}{S_0} \quad (7)$$

Během zatěžování ovšem dochází ke kontrakci průřezu, tudíž skutečné napětí je od smluvního odlišné.

$$\bar{\sigma} = \frac{F}{S} \quad (8)$$

Společně s kontrakcí průřezu dochází k prodlužování celého tělesa, což v mezním případě odpovídá tažnosti, v nelimitním případě smluvní deformaci.

$$\varepsilon = \frac{L-L_0}{L_0} = \frac{L}{L_0} - 1 \quad (9)$$

Smluvní deformace je však platná pouze v oblasti elastického namáhání zkušební tyče, v oblasti trvalých plastických deformací již nelze vystačit se smluvní deformací, a proto se zde počítá deformace skutečná. [2]

$$\epsilon = \int_{L_0}^L \frac{dL}{L} = \ln(1 + \varepsilon) \quad (10)$$

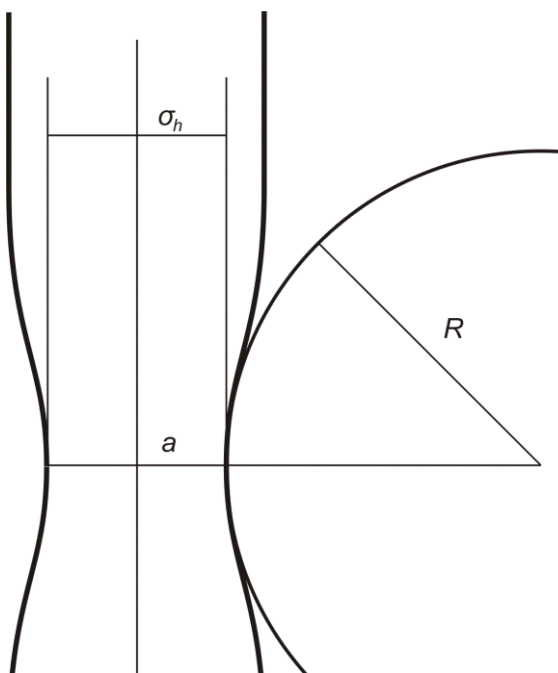
V souvislosti s tvorbou krčku za mezí plastické stability byl v minulosti krček studován, nejprve Davidenkovem a Spridonovou, později Siebelem a nakonec s nejpřesnější korekcí Bridgmanem. Bridgman vycházel ze Siebelovy hypotézy, která vypadala takto

$$\sigma_h = \sigma \cdot \frac{1}{1 + \frac{a}{4R}} \quad (11)$$

a dobral se k výpočtu skutečného lomového napětí, které odvodil od smluvního napětí svým korekčním faktorem ve tvaru

$$\sigma_h = \sigma \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{2R}{a}\right) \cdot \log\left(1 + \frac{a}{2R}\right)} \quad (12)$$

kde σ_h je redukované napětí v krčku, a je průřez krčku a R je poloměr kružnice opsané v nejužším místě krčku, jak dokumentuje obrázek 3. [11]



Obrázek 3: Zobrazení parametrů Bridgmanovy korekce

Statická elastoplastická charakteristika kovů se sestává z určení křivky vyjadřující ekvivalent von Misesova napětí pomocí funkce ekvivalentní plastické deformace pro každý materiál pomocí zkoušek tahem. U houževnatých kovů schopných podstoupit po dosažení meze plastické stability velkých deformací je znalost rozložení napětí a deformací zaškrčeného úseku tahového vzorku zcela nezbytná. Nejznámější a nepoužívanější řešení této problematiky zpracoval P. W. Bridgman v padesátých letech. Jeho řešení však zatěžuje tvar a směrnice materiálových křivek chybou od jednotek po více než 10 % a požaduje značné množství experimentální práce při měření vyvíjejícího se poloměru zakřivení zaškrčeného profilu při různých stupních tahové zkoušky.

Podle mnoha experimentálních a numerických pozorování různých vědeckých článků bylo zjištěno, že perturbativní (rušivý) vliv fenoménu zaškrčení středové sekce tahového vzorku na distribuci napětí a deformací je prakticky nezávislý na materiálu, jediná závislost

k materiálu se sestává z hodnoty plastické deformace, která způsobuje tvorbu krčku. Nezávislost jevu zaškrcení na materiálu byla evidována v širokém spektru materiálů od nízko až středně legovaných ocelí přes sferoidizované oceli, hliník a měď.

Z této úvahy bylo odvozeno nové materiálově nezávislé řešení, které vykazuje méně než poloviční chybu než předešlé řešení Bridgmanovo.

Napětově deformační charakteristika elastoplastického chování materiálů je založeno na určení vztahu $\sigma_{eq}(\epsilon_{eq})$, který nahrazuje von Misesovo redukované napětí jako funkci redukované plastické deformace. V češtině není zvykem používat termín ekvivalentní, ale místo něj bývá použito redukované. Tyto proměnné jsou definovány následovně

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} [\sigma_z'^2 + \sigma_r'^2 + \sigma_\theta'^2]} \quad (13)$$

$$\epsilon_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} [\dot{\epsilon}_z^2 + \dot{\epsilon}_r^2 + \dot{\epsilon}_\theta^2]} \quad (14)$$

Veličiny σ'_i a ϵ_i jsou deviatronické součásti tenzoru napětí a deformace, obě ze základního souřadného systému.

Experimentální data, která by se přiřadila těmto proměnným lze získat z tahové zkoušky ať už s kruhovým, nebo i obdélníkovým průřezem. Válcové tyče jsou však obvykle upřednostňovány, jelikož za velkých plastických deformací je obdélníkový průřez vystaven disproporčním zúžením, což ztěžuje experimentální měření zbývající plochy. Metoda, kterou by se tento jev dal obejít, byla publikována ve zdroji [27] a sestávala se z normalizace, která předvídala celkové zmenšení průřezu jako funkci zmenšení tloušťky vzorku a z disproporčního zmenšení průřezu vypočteného jako jedna specifická úroveň deformace.

V případě osové symetrie, která je typická pro válcové tyče, jsou hlavními směry napětí osový (z), radiální (r) a obvodový (θ). V případě, že rychlosti deformací jsou dostatečně nízké, že nemohou ovlivnit chování materiálu samotného, aplikuje se rovnice 2 bez časových odvození.

V práci [26] byly provedeny tahové zkoušky na válcových vzorcích, které umožňují jednoduše odvodit redukované napětí a deformaci během předkrčkové fáze průběhu zkoušky, vzorek je v této fázi namáhán homogenní deformací. Za těchto podmínek je napětový stav také uniformní a jednoosý po celém měrném objemu vzorku, a lze redukované veličiny spočítat pomocí rovnic:

$$\sigma_{eq} = \sigma_z = \sigma_{zAvg} = \frac{L}{\pi \cdot a^2} \quad (15)$$

$$\epsilon_{eq} = \epsilon_z = \epsilon_{zAvg} = 2 \cdot \ln\left(\frac{a_0}{a}\right) \quad (16)$$

Kde L je současným zatížením, a je současný vnější poloměr měrného průřezu a a_0 je počáteční hodnota. Body všech souřadnic σ_{eq} a ϵ_{eq} dosažené zmíněným měřením za rozdílných časů v průběhu tahové zkoušky bývají obvykle aproximovány křivkou, kterou popisuje exponenciální Hollomonův vztah

$$\sigma_{eq}(\epsilon_{eq}) = K \cdot \epsilon_{eq}^{\epsilon_N} \quad (17)$$

Kde ϵ_N je takzvaná *Considère deformace*, tedy hodnota deformace, při které pro daný materiál začíná zatížení klesat a tedy se iniciuje krček, a K je konstanta určovaná obvykle fitovacími technikami, jako například metodou nejmenších čtverců.

Takto získaná křivka se nazývá skutečná nebo skutečné napětí - skutečná deformace a její oblast platnosti je pouze do meze plastické stability, za touto mezí se od opravdových dějů odlišuje, protože když se rozvíjí krček, stav napětí se mění z jednoosého (radiální ani obvodové napětí nezmizí) na tříosý, distribuce všech napětí vykazují maximum uprostřed krčku a klesají směrem ke koncům měrného úseku.

Takže skutečné napětí (současný vztah mezi zatížením a skutečným průřezem) je perfektně totožný s lokálním osovým napětím a lokálním von Misesovým napětím ve středu krčku pouze dokud se neiniciove krček, na rozdíl od stavu, kdy je krček rozvinutý, to se všechny tři napětí velmi liší. Obrázek vysvětluje kvalitativně rozdíly indukované krčkem mezi skutečnou křivkou a redukovanými veličinami napětí a deformace. Ty již dále nebudou experimentálně určovány, jsou ovšem jediné schopné charakterizovat elastoplastické chování kovu.

Z výše uvedených úvah vyplývá, že skutečná křivka získala své jméno spíše z konvenčních důvodů než pro své efektivní vlastnosti.

Nejčastější a nejzmiňovanější metodou, jak spočítat von Misesovo redukované napětí z experimentálních dat, je Bridgmanova korekce (1956). Tato metoda je schopná počítat s chybou od 3 % do 13 % [28]. Lehce odlišné přiblížení řešení problematiky tvorby a šíření krčku bylo uskutečněno v roce 1976 Earlem a Brownem, ale i v tomto případě leželo jádro modelu v přiblížení rovnic navrženými Bridgmanem.

Všechny tyto metody požadují experimentální měření trojic hodnot- L , a , R za rozdílných fází průběhu tahové zkoušky kvůli zjištění napětí a deformace, které jsou již odhadnuty konstitutivní křivkou. Mnoho bodů tohoto druhu je obvykle naitováno do pořadí, s cílem získat materiálovou křivku ve formě funkce $\sigma_{eq}(\epsilon_{eq})$.

Proměnné L a a jsou podstatou základní experimentální analýzy a jsou vždy měřena pro určení skutečné křivky napětí, ale R , které je aktuálním zakřivením krčkového úseku je nutné jen k určení Bridgmanovy korekční metody a je velmi nesnadné je změřit. Ve skutečnosti je potřeba pro přesné zjištění zakřivení R použít obrazovou analýzu, abychom získali profily krčku v různých stádiích rozvoje, následně odhadem naitovat polynomicke profily druhého až třetího stupně a následně použít předpisy polynomů ke spočítání hodnoty zakřivení, což teprve vede k požadovaným hodnotám R . Tento proces, jehož výsledkem jsou následující rovnice, je velmi časově náročný a i přes veškerou přesnost může obsahovat chybu až kolem 10 %. Navíc také předpokládá homogenní distribuci redukovaného napětí a tří hlavních druhů deformace podél krčku (v některých rovnicích se neobjevuje aktuální poloměr průřezu r), ačkoli je známo, že tyto veličiny homogenní nejsou.

$$\sigma_z(r) = \sigma_{eq} \left(1 + \ln \left[\frac{a^2 - r^2 + 2aR}{2aR} \right] \right) \quad (18)$$

$$\sigma_r(r) = \sigma_\theta(r) = \sigma_{eq} \ln \left[\frac{a^2 - r^2 + 2aR}{2aR} \right] \quad (19)$$

$$\sigma_{eq}(\epsilon_{eq}) = \sigma_{true}(\epsilon_{true}) \cdot \frac{1}{\left(1 + 2\frac{R}{a}\right) \cdot \ln\left(1 + \frac{a}{2R}\right)} \quad (20)$$

$$\epsilon_r(r) = \epsilon_\theta(r) = -\ln \left(\frac{a_0}{a} \right) \quad (21)$$

$$\epsilon_{eq}(r) = \epsilon_z(r) = \epsilon_z = 2\ln \left(\frac{a_0}{a} \right) \text{ pro každé } r \in [0, a] \quad (22)$$

Následující nová metoda pro elastoplastickou charakteristiku materiálu odvozuje z několika úvah s odkazem na parametr R/a a na skutečný poměr toku napětí a napětí.

V Bridgmanově knize [11] se nachází mnoho experimentálních hodnot poměru R/a pro mnohé oceli, bronzy a mosazi a jsou vykresleny v logaritmické stupnici plastické deformace. Tyto hodnoty oscilují kolem hlavní přímky s odchylkou maximálně 25 %, což napovídá, že R/a by mohlo být na materiálu nezávislé. V téže knize Bridgman vytvořil hypotézu „... R/a je stejná funkce rozšíření pro všechny oceli...“ a úspěšně prezentoval i diagram tohoto poměru a napětíového toku na skutečné napětí, které lze použít na válcové vzorky jakéhokoli houževnatého materiálu.

Také Hill (1950) informoval o empirickém vzorci aproximujícím poměr R/a jako funkci logaritmické plastické deformace vztaženém na obecný elastoplastický materiál a práce Saieho et al (1982) popisuje lineární zákon k přiblížení experimentálních hodnot poměru R/a lineární funkcí rozdílu $\epsilon_{eq} - \epsilon_N$ mezi současnou redukovanou a Considere deformací.

Podle Bridgmanovy modelové rovnice popisuje poměr R/a kompletně celý proces krčku na distribuci napětí a deformací a pokud je vzat jako nezávislý na materiálu, tak i vztah mezi skutečným a redukovaným napětím, či spíše celkový efekt krčkového fenoménu na napěťové a deformační distribuce by měl být nezávislý na materiálu.

Podle autora [Mirone] by z tohoto hlediska měly být uváženy a vylepšeny tři aspekty, jmenovitě aproximace Bridgmanova modelu upouštějícího homogenitu deformací a toku napětí po celém zúženém průřezu, adaptace poměru R/a daného funkcí, která aproximuje experimentální data náročného a nepřesného měření, a adaptace čistě logaritmické plastické deformace jako proměnné řídící celý proces krčku. Ve skutečnosti je první bod holou aproximací, druhý může přinést přijatelnou chybu v procesu charakterizace materiálu, protože je založen na velmi obtížných měřeních a poslední je koncepčně špatný, protože stejné množství celkových logaritmických deformací odpovídá velmi rozdílným pokrčkovým deformacím závisících na hodnotě určené Considere parametrem jednoho každého materiálu. Saie et al. (1982) se této chybě vyhnuli aproximací poměru R/a jako funkci $\epsilon_{eq} - \epsilon_N$ raději než jen ϵ_{eq} .

Všechna přiblížení založená na Bridgmanově teorii se snažila odvodit materiálově nezávislý vztah mezi skutečným napětím a tokem napětí procházejícím určením parametru R/a , který je pro tyto metody nezbytný.

Vyšetřit fenomén krčku bez zmíněných přiblížení a s parametrem R/a bylo zkoušeno mnoho válcových zkušebních těles z různých kovů a následně simulováno analýzami metodou konečných prvků v pracích (La Rosa et al 2000, 2001, 2003) a byl hledán vztah mezi skutečným napětím (jediná jednoduše měřitelná veličina při zkouškách) a redukovaným napětím, které skutečně vyjadřuje zpevňující vlastnosti materiálu.

Tyto analýzy byly provedeny na materiálových křivkách odvozených z experimentálních dat skutečného napětí – skutečné deformace, u některých byly tyto křivky nalezeny v literatuře, u jiných byly zvlášť měřeny.

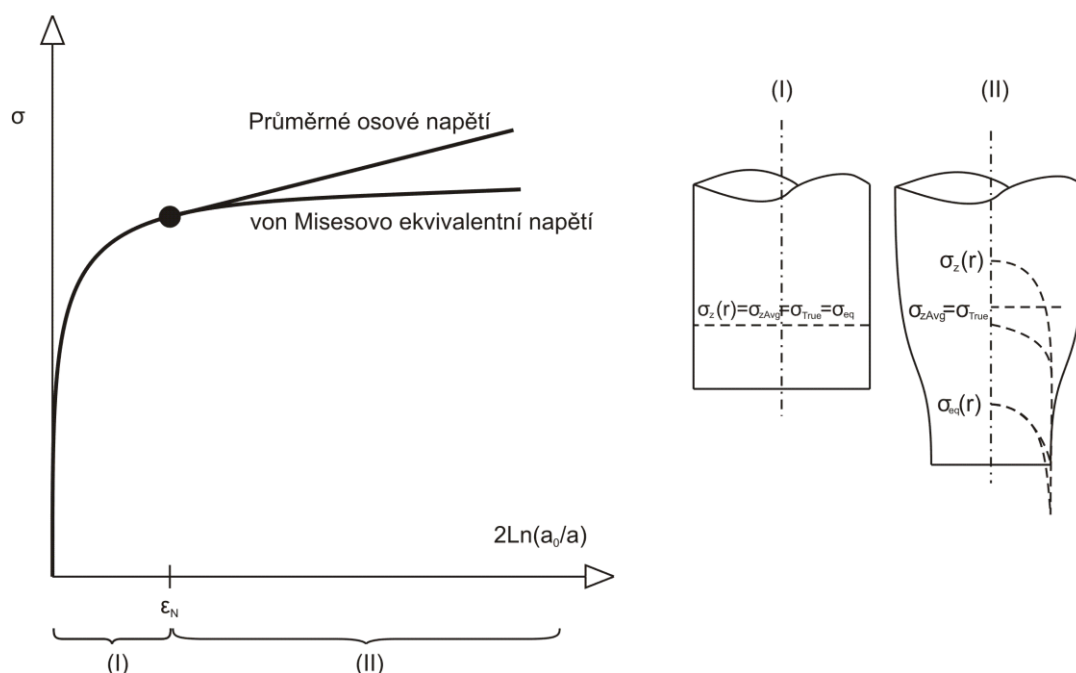
Všechny numerické analýzy byly provedeny s ohledem na geometrické a materiálové nelinearity metodou algoritmů dostupných MARC kódem konečných prvků (velké posuvy, konečné deformace, izotropní zpevnění, von Misesova plasticita).

Přesnost každé materiálové křivky byla určena srovnáním experimentálních dat s výsledky MKP (FEA, metoda konečných prvků, finite element analysis): tyto křivky byly použity k řízení nelineární MKP analýzy simulující tahovou zkoušku, následné srovnání bylo provedeno srovnáním předpokládané křivky podle MKP s experimentálními daty. Pokud křivky byly shodné, byla předpokládaná křivka použita k modelaci elastoplastického chování daného materiálu.

Jakmile byly křivky a celé MKP analýzy ověřeny výše zmíněným srovnáním, bylo vypočítáno mnoho hodnot redukovaného napětí vztaženého na krček – σ_{eqAvg} pomocí MKP s rozdílnými integračními kroky pro každý materiál. Při stejných integračních krocích byly vyňaty hodnoty skutečného napětí $\sigma_{zAvg} = \frac{L}{\pi a^2}$ a pro skutečnou deformaci $\epsilon_{eqAvg} \approx \epsilon_{zAvg} = 2Ln \frac{a_0}{a}$.

Nakonec byl výsledný poměr napětí redukovaného a skutečného vykreslen proti redukovaným pokrčkovým deformacím, definovaným jako $\epsilon_{eqAvg} - \epsilon_N$. Toto řešení je na obrázku. Jiné materiály byly takto zkoumány dříve a ani u nich nebyla zjištěna v žádném případě odchylka vyšší než 7 % od průměrných hodnot. Následující obrázek naznačuje také nezávislost materiálu na poměru $\frac{\sigma_{eqAvg}}{\sigma_{zAvg}}$ a hodnoty zde dokonce dosahují odchylek pouze 3 %.

Body na tomto obrázku byly aproximovány polynomem nazvaným $MLR_{\sigma}(\epsilon_{eqAvg} - \epsilon_N)$, který podle své definice je schopen transformovat experimentální skutečné osově napětí na odhad redukovaného napětí vztaženého na krček- σ_{eqAvg} pro všechny materiály splňující podmínku von Misesovy plasticity. Odchylkovost 3 % vyznačuje, že funkce MLR_{σ} je nástrojem jednodušším a přesnějším než Bridgmanova metoda.



Obrázek 4

2.2. Vliv tvaru tělesa

Tahovými parametry jsou mez pevnosti, mez kluzu a parametry houževnatosti, jako prodloužení a kontrakce průřezu. Tvar a geometrie vzorků může krom norem ČSN být převzata i z norem ASTM, které definují malý tahový vzorek měrnou délkou 25 mm, šířkou 4 mm a tloušťkou menší než 6 mm. Pro vzorky s kruhovými průřezy je poměr mezi průměrem a měrnou délkou 5 mm. Normu však není v některých technických případech možné zcela splnit, například pokud je třeba odebrat vzorek z materiálu vykazujícího texturu ve směru kolmém, kde není tolik materiálu. Vliv průměru vzorků u válcových vzorků byl již zkoumán [12,13] a tyto studie zjistily, že tvary smluvních křivek napětí-deformace silně závisí na geometrii (L_0/D_0) a prodloužení v krčku závisí na průřezu vzorku [14]. Nedávné studie prokázaly, že velikost vzorku ovlivňuje i ostatní tahové vlastnosti, jako pevnost a houževnatost, ale i konstitutivní relaci. [15] Ve zdroji [10] byla studována měď s ultrajemným zrnem, výsledky dokázaly, že se snižující se měrnou délkou a rostoucí tloušťkou vzorku roste rovnoměrné prodloužení i krčkové prodloužení. Přirovnali tyto změny ke krčkovému chování vzorků. Zdroje [16,17] ukázaly, že se mez kluzu i pevnosti měkkého hliníkového plechu snižuje, pokud tloušťka vzorků roste z 0,17 na 0,2 mm díky zvýšenému vlivu volných povrchů na tok napětí v povrchových zrnech se snižující se tloušťkou plechu. Pro vzorky s velmi velkým vzhledovým poměrem (poměrem $w/t > 8$), čili velmi ploché, široké a tenké vzorky, jsou koeficienty K a n v Hollomonově rovnici vyjadřující vztah mezi skutečným napětím a skutečnou deformací

$$S = Ke^n \quad (23)$$

kolísají s šířkou a tloušťkou vzorku. Toto chování může být způsobeno variacemi deformačních cest vlivem geometrie vzorku. Tyto vzorky s velkým vzhledovým poměrem (v anglosaské literatuře *aspect ratio*) korespondují se stavem rovinné deformace s nulovým transversálním (w) směrem, zatímco vzorky „*bulk*“, čili s malým poměrem w/t , korespondují se stavem rovinné deformace s nulovou deformací ve směru tloušťky vzorku.

Byly provedeny experimentální i numerické studie formace houževnatého lomu u tahových zkoušek. Bylo studováno pět rozdílných vzorků, zahrnujících ploché vzorky, rovné tyče i tyče s vrubem a ploché pláty s plochým vrubem. Byly získány von Misesovy skutečné deformace pro tvorbu trhlin a trojosá napjatost a poměry napětí a deformace v kritických oblastech. Byly studovány přesnosti Bridgmanovy formule pro napětí v kruhových vrubovaných tyčích a McClintockův model pro ploché tyče s plochým vrubem. Byl stanoven vztah mezi trojosou napjatostí a skutečné deformací pro šíření trhliny v širokém rozsahu pro materiál *Al 2024-T351*. Bylo zjištěno, že skutečná deformace a stav trojosé napjatosti jsou dva nejdůležitější faktory řídící formaci trhliny, zatímco napětí a deformační podíly způsobují sekundární jevy. Objevila se možnost dobré předvídatelnosti tvorby trhliny podle skutečné deformace a trojosé napjatosti.

Velmi často se měří houževnatost pomocí skutečné deformace k formaci trhliny v kritickém místě tahového vzorku. Jelikož existují různé druhy vzorků, od axisymetrických kruhových tyčí po rovinnou deformaci u plochých vzorků, je skutečná deformace závislá na tvaru, a tedy i na skutečném průběhu napětí, na stavu napjatosti. Tato skutečná deformace je tedy rozdílná u různých typů vzorků. V poslední době byly prováděny kvantitativní studie jevu trojosé napjatosti, a to na vzorcích s počátečním vrubem. V práci Hancocka a Mackenzieho bylo zjištěno, že houževnatost materiálu je významně ovlivňována trojosou napjatostí. Ekvivalentní, tedy skutečné napětí v oblasti lomu bylo počítáno pomocí Bridgmanovy formule. V jiné práci, Mirza et al., byly studovány experimenty i numerické studie čistého železa, měkké ocele a hliníkové slitiny BS1474 při velmi rozdílných rychlostech zatěžování ($10^{-3} - 10^4 \text{ s}^{-1}$). Skutečná deformace při tvorbě krčku pro všechny tři materiály byla silně závislá na míře trojosé napjatosti.

2.3. Plochá tělesa

U tenkých vzorků z houževnatých kovů se před lomem způsobeným jednoosou tahovou silou vždy objevuje krček. Tento jev se v praxi používá pro predikci trhliny u skořepinových

nádob (leak before break). Analýzy krčků jsou v současné době studovány mnohými autory, jako například Hillem, McClintockem a Zhengem. U tenkého vzorku se krček začne objevovat v momentě, kde osová síla P dosáhne svého maxima. Krček se šíří skrze délku vzorku, jak je vyznačeno na obrázku 1, zatímco zbytek vzorku zůstává prizmatickým. Tuto oblast nazýváme difúzním krčkem. Maximální síla, ta, při které začíná tvorba krčku, nastává při splnění těchto podmínek

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}} = \bar{\sigma} \quad (24)$$

U materiálů s mocninnou závislostí

$$\sigma = \sigma_0 \bar{\varepsilon}^n \quad (25)$$

Kde hodnoty σ s pruhem značí skutečné napětí a deformaci, σ_0 a n jsou materiálové konstanty. Odpovídající skutečná deformace při počátku tvorby krčku je

$$\bar{\varepsilon} = n \quad (26)$$

Pokud postupuje tvorba difúzního krčku, může se následně objevit i lokalizovaný krček, jak je také znázorněno v obrázku 1. Tento druh krčku se objeví, pokud jsou splněny podmínky

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}} = \frac{\bar{\sigma}}{2} \quad (27)$$

U materiálů vykazujících mocninnou závislost

$$\bar{\varepsilon} = 2n \quad (28)$$

Části vzorku obklopující lokalizovaný krček se nazývají rameny a zůstávají neměnné a paralelní k lesklému lokalizovanému krčku. Podle Mohrovy deformační kružnice se lokalizovaný krček orientuje k maximálnímu hlavnímu napětí v úhlu φ , který závisí na funkci sr napětíového vztahu.

$$sr = \frac{1 + \frac{\sigma_2}{\sigma_1}}{2\sqrt{1 - \frac{\sigma_2}{\sigma_1} + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^2}} \quad (29)$$

odkud

$$\varphi = \frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}\sin^{-1}\left[\frac{sr}{\sqrt{3(1-sr^2)}}\right] \quad (30)$$

pro jednoosou tahovou zkoušku ($\sigma_1 \neq 0$ a $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$)

$$\varphi = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{1}{3} \right) \approx 54,7^\circ \quad (31)$$

Bohužel, výše zmíněná analýza pro určení krčku není úspěšná, protože u mnoha houževnatých materiálů se trhлина objeví v určité fázi poté, co se objeví lokalizovaný krček.

2.4. Tělesa s kruhovým průřezem

Tyče s kruhovým průřezem jsou často používány pro tahové zkoušky kvůli některým materiálovým vlastnostem, zahrnující lomové konstanty. U houževnatých materiálů se krček objevuje dříve, než se iniciuje trhлина. Krčky pozorované u kruhových zkušebních tyčí jsou podobné těm pozorovaným u tenkých plochých vzorků.

Oblast krčku je vysoce namáhaná a deformovaná, a proto je také kritickým místem tohoto typu vzorků. Kvůli popsání lokálních napětí a deformací v krčku u kruhových vzorků vytvořil Bridgman semi-empirické analýzy s přihlédnutím k zakřivení oblasti krčku a průměru vzorku v nejtenčím místě. Hlavním aspektem Bridgmanovy analýzy je fakt, že skutečná deformace je konstantní v nejtenčím místě krčku, ale radiální, obvodové a osově napětí se mění. Napěťové a deformační komponenty jsou popsány následovně, podle geometrie na obrázku 2.

$$\bar{\varepsilon} = 2 \ln \left(\frac{a_0}{a} \right) \quad (32)$$

$$\sigma_{zz} = \bar{\sigma} \left[1 + \ln \left(\frac{a^2 + 2aR - r^2}{2aR} \right) \right] \quad (33)$$

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \bar{\sigma} \ln \left(\frac{a^2 + 2aR - r^2}{2aR} \right) \quad (34)$$

$$\frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} = \frac{1}{3} + \ln \left(\frac{a^2 + 2aR - r^2}{2aR} \right) \quad (35)$$

Kde σ_{zz} , σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, $\bar{\sigma}$ a σ_m jsou osově, radiální, obvodové, skutečné a hlavní napětí, $\bar{\varepsilon}$ je skutečná deformace, a a R jsou poloměry středu krčku a hyperoskulační kružnice, a_0 je počáteční hodnota a .

Bridgmanova metoda jednoduše závisí na měření vnitřním horizontálním poloměru minimálního průřezu a vnějšího poloměru zakřivení vzniklého vrubu, a a R . Toho je však velmi těžké dosáhnout, protože pozice krčku není známa před testem, je třeba několik testů s rozdílným průběhem zatěžování nebo je třeba test několikrát přerušit pro získání historie

vývoje hodnot a a R a měření R nelze získat přesně. Dále je třeba říci, že Bridgmanovy úvahy nebyly přesně verifikovány. Jak je popsáno v McClintockovi a Argonovi [18]: „Marshall a Shaw [19] provedli zkoušky na vzorcích, které byly obrobny pro získání libovolných hodnot podélného zakřivení při různých stavech. Bylo zjištěno, že získané výsledky by mohly být použity ke korelaci k čistému zakřivení pomocí Bridgmanovy korekce. Na druhou stranu Parker et al. [20] vymezili rozložení napětí v krčku tahového vzorku pomocí odtížení vzorku se vzniklým krčkem spočtením napět'ových změn při odtížení pomocí elastické teorie (vratné změny) a následně získali reziduální napětí. Výsledky nesouhlasily s Bridgmanovými závěry.“ V současnosti Alves a Jones [21] provedli analýzu pomocí konečných prvků pro vrubované kruhové tyče při tahovém zatížení. Byla srovnána trojosá napjatost a skutečné napětí v krčku mezi numerickými simulacemi a Bridgmanovým řešením a byly zjištěny značné rozdíly. Je však třeba předeslat, že v jejich studii nebyla srovnána změna poloměru zakřivení krčku kvůli deformaci s výpočtem napět'ových a deformačních komponent pomocí Bridgmanova řešení. V této práci [5] však nebyla zohledněna změna poloměru krčku díky deformaci při výpočtu napět'ových a deformačních komponent pomocí Bridgmanovy rovnice. Přesnější srovnání bude uvedeno dále.

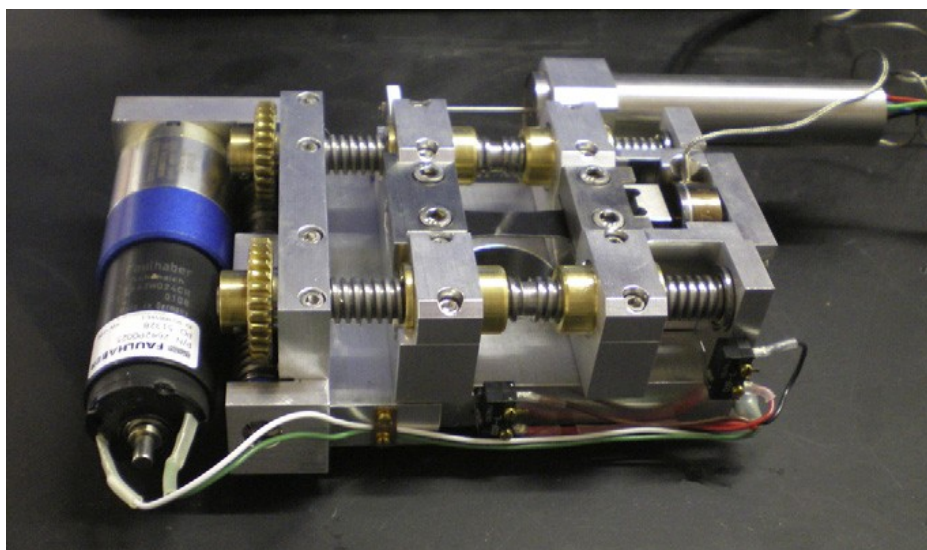
2.5. Malá plochá tělesa

Úsilí charakterizovat mechanické vlastnosti u měřítkově malých těles je vedeno jednak potřebou hodnověrně předvídat výkon materiálu v mikroskopickém měřítku v různých krocích výroby, jednak také výkon cílového výrobku pro požadovaný účel. Z literatury je patrné, že mnoho autorů používá pro popis napět'ově deformační charakteristiky materiálů různé tvary i velikosti zkušebních těles pro tahové zkoušky z materiálů, které jsou běžně dostupné daným autorům [30]. V mnoha případech je třeba držet velikost zkušebních těles ve velikosti odpovídající konstrukčnímu prvku [31]. V mnoha případech jsou velikosti odlišné od norem ČSN, případně ASTM, a jsou používány rozdílné zkušební techniky, jako například zkoušky výdutí „*bulge-testing*“ [32], ohýbání [33,34], prorážení „*punch-test*“ [34], tahové zkoušky [34,35], apod. I při zkouškách v jednoosém tahu bylo vyvinuto v současnosti několik unikátních trhacích strojů pro zkoušky velmi malých zkušebních těles [36-39]. Tato situace samozřejmě vybízí otázku, zda je možno podobné nestandardizované techniky zkoušení srovnat se standardizovanými zkouškami a zda reprezentují skutečné materiálové vlastnosti.

Miniaturizace tváření a zkušebních procesů zapříčiňuje takzvaný „měřítkový jev“, který vede k rozdílnému chování v malých měřítkách oproti měřítkům velkým. V mechanice je tento jev omezen pevnostní závislostí ploše průřezu. Obecně vzato, tento jev má mnohem širší

pole působnosti a ovlivňuje ho nejen velikost tělesa, jeho geometrie [30, 37, 39], ale také mikrostruktura (velikost zrna napříč tloušťce vzorku, mikrostrukturní anizotropie, mikrostrukturní nehomogenost a podobně) [32-34, 41-45], povrchové jevy [39], zbytková pnutí [46]. Nejednotná distribuce napětí během zkoušení přináší přídatný délkový parametr, který ovlivňuje vliv velikosti [47]. Tento vliv velikosti na napěťově-deformační charakteristiky byl rozsáhle studován na velmi tenkých kovových tělesech [37, 48, 49]. Většina těchto studií byla zaměřena na závislost vlastností, většinou pevnosti, na průřez měrné části zkušebních těles. Houževnatost, v tomto případě spíše tažnost materiálů, je také velmi důležitou vlastností, která ovlivňuje tvarovatelnost a v konečném důsledku výkon materiálu v cílové aplikaci. Vlivy velikosti v rámci mikroměřítky jsou však méně studovány a také méně známé [29].

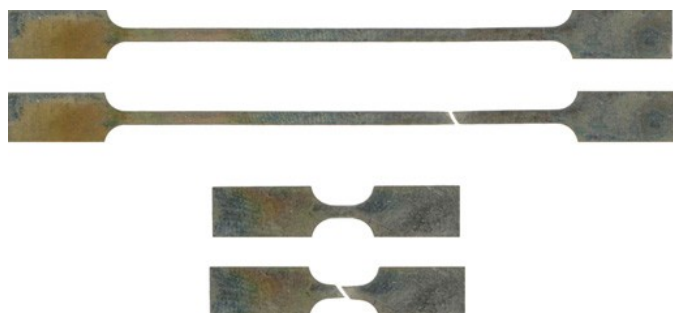
V práci [29] byly studovány tenké pásky slitiny *Ti-6Al-4V* o tloušťce $115\ \mu\text{m}$ a tažené pásky kovového skla železné slitiny o tloušťce $50\ \mu\text{m}$. Z těchto pásek byla vyrobena zkušební tělesa pro tahovou zkoušku s plochým průřezem o šířce $1\ \text{mm}$ s rozdílnou měrnou délkou - 2, 5, 10, 22, 30 a 40 mm. Tato byla vyřezána pomocí řezného drátku EDM ve vodě s pomalou rychlostí, aby se předešlo vnesení deformace do vzorku. Krom těchto „dog bone“ vzorků byla měřena i tělesa neupravená - neupravené pásky o šířce 1,0 až 1,4 mm. Mechanické vlastnosti byly stanovovány za pokojové teploty na stroji firmy *Ernest F. Fullam Inc.*, který byl sledován softwarem *MTEST Windows*, který je vyobrazen na obrázku 5.



Obrázek 5: trhačí stroj Ernest F. Fullam Inc.

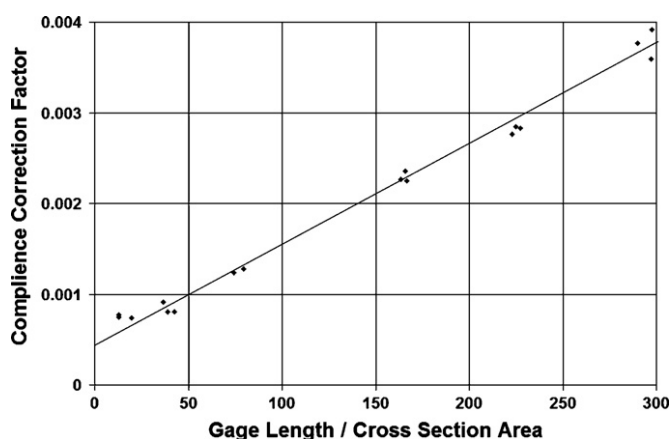
Deformace byla řízena krokovacím motorem skrze upevňovací systém, zatížení bylo měřeno měřidlem v jedné upevňovací čelisti. Posuvu bylo docíleno pomocí lineárního

proměnného diferenciálního převaděče (*LVDT*), který byl připevněn k oběma čelistem pro měření změny měrné délky. Tloušťka a šířka pásku byla před měřením měřena nejméně třikrát podél měrné délky. Průměrné hodnoty byly následně vloženy do výpočtu podkrokového napětí a deformace. Výpočet byl proveden podle *ASTM E1012-05*, rychlost zatěžování $\sim 0,001 \text{ s}^{-1}$.



Obrázek 6: Zkušební tělesa s největší (40 mm) a nejmenší (2 mm) měrnou délkou před a po zkoušce tahem

Výsledkem byly křivky napětí-deformace pro vzorky s rozdílnými měrnými délkami a celkovým vzhledem, uvedené na obrázku 6. Výsledky z přímých měření síly, prodloužení a Youngova modulu pro titanovou slitinu jsou na dalším obrázku. Měřené hodnoty pevnosti v tahu byly přibližně stejné v rozmezí $1000 - 1100 \text{ MPa}$. Při uvážení, že průřez měrné plochy byl konstantní, nebyl očekáván žádný vliv geometrie vzorku. Zároveň bylo zjištěno, že houževnatost a Youngův modul vykazuje silnou závislost na původní měrné délce.



Obrázek 7: vztah korekčního faktoru vůči aspektovému poměru

Tahové vzorky zde uvedené nejsou standardní a výsledky mohou být tedy ovlivněny mnoha faktory. Nejprve je třeba zavést nezbytnou korekci pro splnění přesné definice vlastností. Přijmutí hodnoty Youngova modulu o hodnotě 110 GPa je základem [50] pro výpočet korekcí. Na obrázku 7 je korekční faktor vykreslen jako funkce poměru měrné délky ku průřezu. Po aplikaci tohoto faktoru byly stanoveny hodnoty prodloužení a Youngova

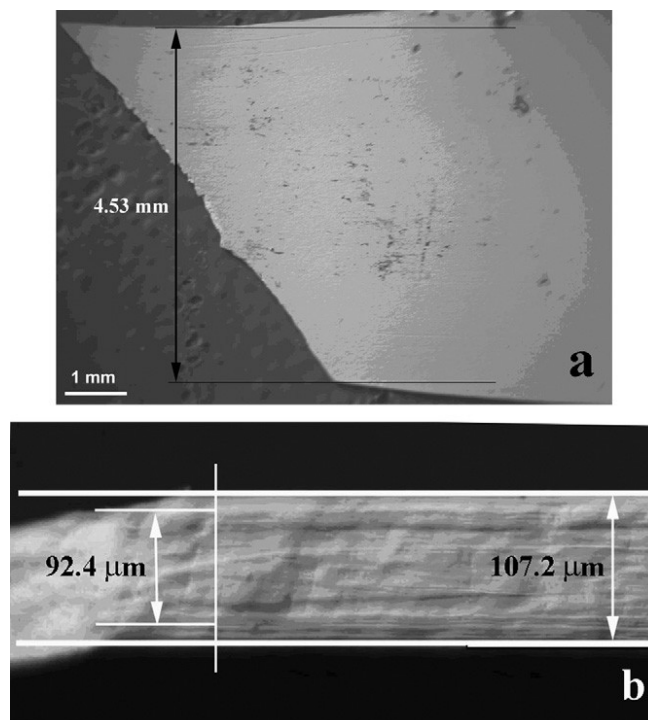
modulu v rozmezí 5,8 – 6,9 % a 92 – 101 GPa, kde původní měrná délka byla 10 mm a větší, viz obrázek. Při menších délkách byly zjištěny mnohem větší rozptyly oproti hlavnímu trendu při vyšších hodnotách- rostoucí houževnatost při snižování měrné délky. Ve studii [29] byl poměr délky ku průřezu vzorku $\geq 5,65$ pro všechna zkoušená tělesa, což odpovídá standardizované zkoušce. Avšak aspektový poměr tloušťka ku šířce byla 13,5, což je vyšší než je uvedeno v normách. Tělesa s vysokým aspektovým poměrem u zkoušek v jednoosém tahu vykazují deformační stopu odpovídající rovinné deformaci s nulovou deformací napříč tloušťce [40]. Zkoušená tělesa byla dále podrobena SEM analýze, která neobjevila zaškrcení v příčném směru, zatímco ve směru tloušťky tělesa bylo zaškrcení patrné na všech vzorcích. Měřené zdánlivé prodloužení každého tělesa ΔL je součtem tří členů:

$$\Delta L = \Delta L_e + \Delta L_u + \Delta L_n \quad (36)$$

Kde ΔL_e je elastické prodloužení, ΔL_u je homogenní plastické prodloužení a ΔL_n je plastické prodloužení díky krčku. Homogenní plastické prodloužení bylo u všech těles kolem 5 %. Byla odhadnuta lokální deformace o 10,8 % kvůli krčku při velikosti samotného krčku 0,7 mm. Odtud bylo vypočítáno, že $\Delta L_n = 0,076$ mm. U vzorků s měrnou délkou 40 mm jde o zhruba 3 % prodloužení, zatímco u těles s měrnou délkou 2 mm se jedná o více než 65 %.

Duplikátní páskové vzorky materiálu *Ti-6Al-4V* byly vyňaty z analýzy pro nezávislé zkoušení v tahu ve dvou rozdílných příležitostech. V obou případech šlo o podměrečné standardní vzorky [51] s měrnou délkou 25,4 mm a šířkou 6,35 mm. Rychlost zatěžování během zkoušení byla o několik řádů vyšší než ve studii [29] (3×10^{-1} až 3×10^0 oproti $1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$).

Mikroskopová analýza měrné délky vzorků zkoušených při vyšších rychlostech odhalila rozsáhlou krčkovou deformaci ve směru šířky, jak dokumentuje obrázek 8



Obrázek 8: Rozsáhlá plastická deformace na malém vzorku *Ti-6Al-4V*

Krčková deformace byla 20,8 %. U těchto vzorků s měrnou délkou 25,4 mm bylo krčkové prodloužení L_n více než 35 %. Uniformní deformace L_u byla 3,2 %.

2.6. Model MLR – vývoj distribuce deformace

Během pokrčkové fáze lze elastickou součást celkové deformace u houževnatých kovů, a běžně se tomu tak děje, zanedbat, je totiž až o dva nebo tři řády nižší než deformace plastická.

Znalost modelu $MLR_o(\epsilon_{eqAvg} - \epsilon_N)$ a $MLR_e(\epsilon_{eqAvg} - \epsilon_N)$, umožňuje zavést dva nové matematické postupy k ostatním běžně dostupným pro určování distribucí napětí a plastických deformací na zaškracené části válcových zkušebních tyčí.

První hypotézou je, že osová plastická deformace $\epsilon_z(r)$ by měla být kvadratickou funkcí radiální souřadnice krčkové sekce r v intervalu $(0, a)$:

$$\epsilon_z(r) = A + B \cdot r^2 \quad (37)$$

rovnice objemového dialogu? (volume conservation equation) vložená na radiální posuv přináší:

$$\epsilon_z(r) + \frac{\rho(r)}{r} + \frac{\partial}{\partial r}(\rho(r)) = 0, \text{ když } \frac{\partial}{\partial r}(\rho(r)) = \epsilon_z(r) \text{ a } \frac{\rho(r)}{r} = \epsilon_\theta(r) \quad (38)$$

vyřešením diferenciální rovnice odvodíme posuvovou rovnici

$$\rho(r) = \frac{C}{r} - \frac{1}{4}(2A \cdot r + B \cdot r^3) \quad (39)$$

kde integrační konstanta zmizí, kvůli ose vzorku ($r = 0$) je posuv nulový. Poté bude radiální a obvodová deformace následující

$$\epsilon_r(r) = \frac{1}{4}(-2A - 3Br^3) \quad (40)$$

$$\epsilon_\theta(r) = \frac{1}{4}(-2A - Br^3) \quad (41)$$

V této fázi jsou kompletně popsány deformační stavy v krčku pomocí konstant A a B. První z nich může být vypočítána pomocí předpokladu, že průměrná krčková hodnota osově plastické deformace musí být rovna, z definice, logaritmu plastické deformace:

$$\epsilon_{zAvg} = \frac{1}{\pi \cdot a^2} \int_0^a \epsilon_z(r) \cdot 2\pi r \cdot dr = 2Ln\left(\frac{a_0}{a}\right) \Rightarrow A = \frac{1}{2} \left[4Ln\left(\frac{a_0}{a}\right) - B \cdot a^2 \right] \quad (42)$$

Substitucí této rovnice do 37,40 a 41 dostaneme hlavní plastickou deformaci:

$$\epsilon_z(r) = 2Ln\left[\frac{a_0}{a}\right] - B \left[\frac{a^2}{2} - r^2 \right] \quad (43)$$

$$\epsilon_r(r) = -Ln\left[\frac{a_0}{a}\right] + \frac{B}{4} [a^2 - 3r^2] \quad (44)$$

$$\epsilon_\theta(r) = -Ln\left[\frac{a_0}{a}\right] + \frac{B}{4} [a^2 - r^2] \quad (45)$$

Nyní zbývá poslední konstanta, B, která může být definována novým stavem zjištěným pro průměrné hodnoty radiálních a obvodových deformací:

$$\frac{\epsilon_{rAvg}}{\epsilon_{\theta Avg}} = \frac{\frac{1}{\pi \cdot a^2} \int_0^a \epsilon_r(r) \cdot \pi \cdot r \cdot dr}{\frac{1}{\pi \cdot a^2} \int_0^a \epsilon_\theta(r) \cdot \pi \cdot r \cdot dr} = \frac{\int_0^a \left[-Ln\left[\frac{a_0}{a}\right] + \frac{B}{4} [a^2 - 3r^2] \right] \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr}{\int_0^a \left[-Ln\left[\frac{a_0}{a}\right] + \frac{B}{4} [a^2 - r^2] \right] \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr} = MLR_\epsilon(a_0, a, \epsilon_N) \Rightarrow B =$$

$$Ln\left[\frac{a_0}{a}\right] \cdot \frac{8}{a^2} \cdot \frac{MLR_\epsilon(a_0, a, \epsilon_N) - 1}{MLR_\epsilon(a_0, a, \epsilon_N) + 1} \quad (46)$$

distribuce tří hlavních plastických deformací pak budou definovány:

$$\epsilon_z(r) = 2 \cdot Ln\left(\frac{a_0}{a}\right) \cdot \frac{4r^2 \cdot (MLR_\epsilon(a_0, a, \epsilon_N) - 1) - a^2 \cdot (MLR_\epsilon(a_0, a, \epsilon_N) - 3)}{a^2 \cdot (MLR_\epsilon(a_0, a, \epsilon_N) + 1)} \quad (47)$$

$$\epsilon_r(r) = -Ln\left(\frac{a_0}{a}\right) \cdot \frac{6r^2 \cdot (MLR_\epsilon(a_0, a, \epsilon_N) - 1) - a^2 \cdot (MLR_\epsilon(a_0, a, \epsilon_N) - 3)}{a^2 \cdot (MLR_\epsilon(a_0, a, \epsilon_N) + 1)} \quad (48)$$

$$\epsilon_\theta(r) = -Ln\left(\frac{a_0}{a}\right) \cdot \frac{2r^2 \cdot (MLR_\epsilon(a_0, a, \epsilon_N) - 1) - a^2 \cdot (MLR_\epsilon(a_0, a, \epsilon_N) - 3)}{a^2 \cdot (MLR_\epsilon(a_0, a, \epsilon_N) + 1)} \quad (49)$$

První důležitá úvaha, která je odvozena z první části modelu, je, že v distribuci plastické deformace posledních tří rovnic figuruje jediná materiálově závislá proměnná, a to iniciační deformace krčku, ϵ_N . To pro válcové tyče znamená, že začátek a růst neuniformní deformace podél krčku, který pokračuje celým perturbujícím (rušivým) účinkem krčkového fenoménu, závisí pouze na množství nakumulované pokrčkové deformace bez ohledu na aspekty chování materiálu.

Je možné říci, že tvar distribuce deformace a množství její nehomogenity závisí jen na současné hodnotě redukované deformace $\epsilon_{eqAvg} - \epsilon_N$, zatímco faktor měřítka této distribuce závisí na celkové hodnotě současné deformace ϵ_{eqAvg} . Tato zjištění potvrzují, že krček může být považován za nestabilní fenomén obdobný tlakové deformaci ve vzpěru: ve skutečnosti Eulerovo kritické zatížení pro danou geometrii silně závisí na materiálové konstantě, např. na modulu pružnosti, ale jakmile se iniciuje nestabilita, nelze u tvaru distribuce deformace očekávat jakoukoli materiálovou závislost. Ekvivalentní plastická deformace, podle předchozích přiblížení bude následující:

$$\epsilon_{eq}(r) = \sqrt{\frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{2 \left[\ln\left(\frac{a_0}{a}\right) \right]^2}{a^4 \cdot (MLR_\epsilon(a_0, a, \epsilon_N) + 1)^2} \cdot \left[\begin{aligned} &3 \cdot a^4 \cdot (MLR_\epsilon(a_0, a, \epsilon_N) - 3) + 24 \cdot a^2 r^2 \cdot \\ &(-3 + 4MLR_\epsilon(a_0, a, \epsilon_N) - [MLR_\epsilon(a_0, a, \epsilon_N)]^2) + 52 \cdot r^4 \cdot MLR_\epsilon(a_0, a, \epsilon_N) - 1 \end{aligned} \right]}{1}} \quad (50)$$

2.7. Model MLR - vývoj distribuce napětí

Jakmile jsou stanoveny plastické deformace, deviační napětí mohou být odvozena z rovnic přírůstků plasticity:

$$\sigma'_z(r) = \frac{2}{3} \sigma_{eq} \cdot \frac{d\epsilon_z(r)}{d\epsilon_{eq}(r)} \quad (51)$$

$$\sigma'_r(r) = \frac{2}{3} \sigma_{eq} \cdot \frac{d\epsilon_r(r)}{d\epsilon_{eq}(r)} \quad (52)$$

$$\sigma'_\theta(r) = \frac{2}{3} \sigma_{eq} \cdot \frac{d\epsilon_\theta(r)}{d\epsilon_{eq}(r)} \quad (53)$$

Derivace objevující se na konci každého deviačního napětí byly vypočteny odkazující na časově závislou hodnotu a , která je nejjednodušší proměnnou, stejnou pro všechny deformace, jednohlasně vyjadřující celkovou úroveň deformace.

$$\frac{d\epsilon_z(r)}{d\epsilon_{eq}(r)} \approx \frac{\partial \epsilon_z(r)}{\partial a} \cdot \left(\frac{\partial \epsilon_{eq}(r)}{\partial a} \right)^{-1} \quad (54)$$

$$\frac{d\epsilon_r(r)}{d\epsilon_{eq}(r)} \approx \frac{\partial \epsilon_r(r)}{\partial a} \cdot \left(\frac{\partial \epsilon_{eq}(r)}{\partial a} \right)^{-1} \quad (55)$$

$$\frac{d\epsilon_\theta(r)}{d\epsilon_{eq}(r)} \approx \frac{\partial \epsilon_\theta(r)}{\partial a} \cdot \left(\frac{\partial \epsilon_{eq}(r)}{\partial a} \right)^{-1} \quad (56)$$

Je dobré zmínit ještě před výpočtem těchto derivací, že funkce $MLR\epsilon(\epsilon_{eqAvg} - \epsilon_N)$ sestávající se ze všech deformací musí být vyjádřena v explicitní formě, protože závisí na proměnné a , a proto je třeba derivovat společně s ostatními členy každé rovnice deformace.

$MLR\epsilon(\epsilon_{eqAvg} - \epsilon_N)$ je polynom čtvrtého řádu, jejíž explicitní tvar je velmi dlouhý, a proto lze využít pouze v numerickém způsobu výpočtu pomocí výpočetní techniky. Podle výsledků výše zmíněných je redukované napětí dáno rovnicí:

$$\sigma_{eq}(r) = \frac{Zatížení}{\pi \cdot a^2} \cdot MLR_\sigma(\epsilon_{eq}(r) - \epsilon_N) \quad (57)$$

kde MLR_σ je polynomickou funkcí čtvrtého řádu bez závislosti na zvoleném materiálu.

Deviační napětí jsou známá pro každý materiál coby funkce a_0 , ϵ_N a zatížení, všechny tyto parametry bývají základem pro určení skutečné křivky napětí – deformace. Poslední funkci, kterou je třeba definovat pro získání kompletní napěťové charakteristiky krčkové sekce je hydrostatické napětí $\sigma_H(r)$, o kterém je známo, že není závislé na plastické deformaci pro každý materiál spoňující von Misesovy zákony plasticity.

Další hypotézou zohledňující tvar distribuce hydrostatického napětí je aproximace σ_H ve vodorovném řezu krčkové sekce kvadratickým polynomem.

$$\sigma_H(r) = H_0 + H_2 \cdot r^2 \quad (58)$$

Dva stavy, respektive uvedení osových rovnic σ_z a radiální σ_r na vnější povrch krčkové sekce (pro $r = a$) jsou definovány konstantami H_0 a H_2 a identifikovány funkcí $\sigma_H(r)$:

$$\int_0^a 2\pi \cdot r \cdot (\sigma'_z(r) + \sigma_H(r)) dr = Zatížení \quad (59)$$

$$\sigma_r(a) = \sigma'_r(a) + \sigma_H(a) = 0 \quad (60)$$

Jakmile jsou tedy určeny tyto poslední dvě konstanty, je získán kompletní napěťový stav krčkové sekce. Popsané funkce a rovnice byly uspořádány numerickým algoritmem tak, že distribuce hlavních deformací a napětí podél celé krčkové části mohou být snadno

vložením sady parametrů pro definici známých materiálových vlastností a pokrčkové úrovni deformace při které je celá distribuce požadována. Potřebnými parametry jsou:

- experimentální pokrčková křivka skutečného napětí – deformace z polynomického nafitování experimentálních dat, obvykle druhého řádu (koeficienty S_0, S_1, S_2)
- hodnota deformace při iniciaci krčku
- počáteční poloměr nedeformovaného vzorku a_0
- současný poloměr zúžené části a .

2.8. Změna mechanismu deformace ve vzorku

Při hloubkovém prozkoumání tahové nestability a tvorby krčku v materiálech deformačně zpevňujících a citlivých na rychlost deformace je třeba si ujasnit některé pojmy. Zjednodušený analytický model popsáný níže dokazuje, že apriorní geometrický defekt může růst již od počátku deformace tělesa. Její růst je zpočátku nízký, s průběhem deformace však roste rychleji, jeho kinetika je silně ovlivněna koeficientem zpevnění

$$n = \frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \epsilon} \quad (61)$$

koeficientem rychlosti deformace

$$m = \frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \dot{\epsilon}} \quad (62)$$

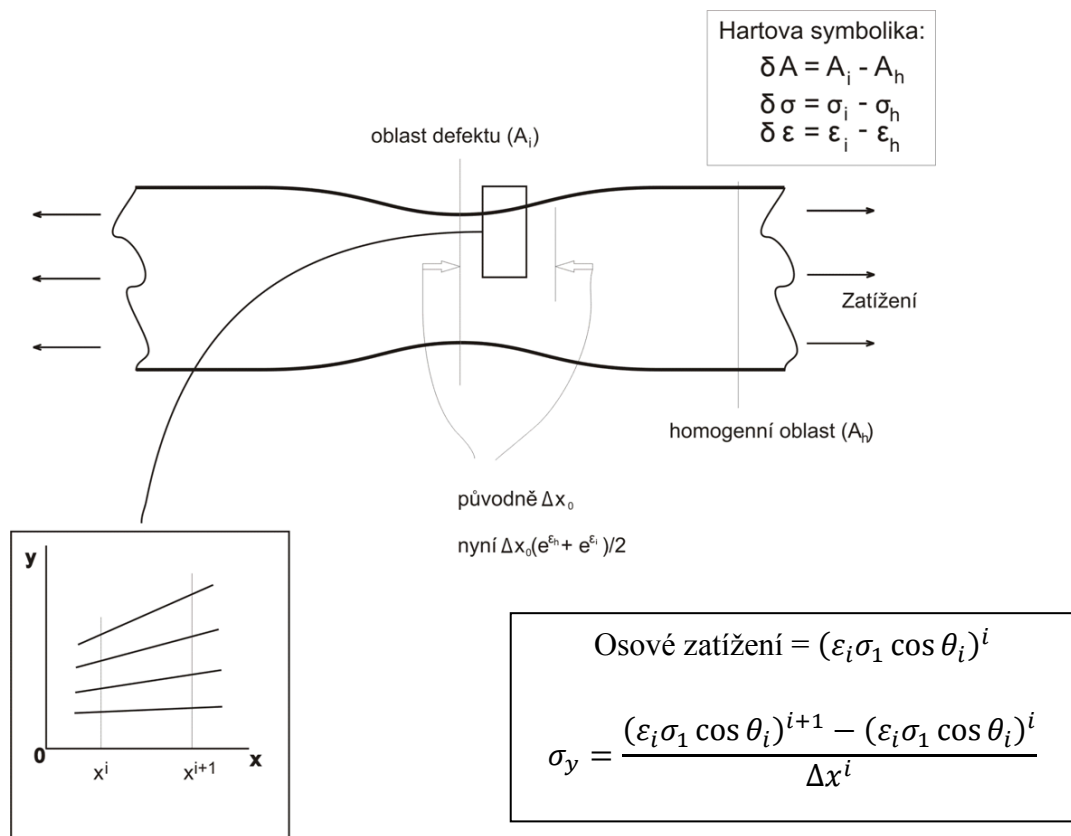
a velikostí defektu f . Třebaže velikost průřezu daného defektu je vždy nestabilní. Když koeficient rychlosti deformace m dosáhne vyšší hodnoty než 0,6, může průřez defektu na chvíli klesnout, což vede k dočasnému zmizení. Níže budou popsány režimy stabilní, kvazistabilní a nestabilní deformace.

V Hartově teorému [24] o plastické nestabilitě byla popsána závislost na koeficientu zpevnění a rychlosti deformace. Podle něj nastává nestabilita při tvorbě krčku. Odvodil kritérium

$$\gamma \geq 1 - m \quad (63)$$

$$\left(\frac{1}{\sigma}\right) \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} \geq 1 - \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\sigma}\right) \frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\epsilon}} \quad (64)$$

Začínal se vzorky s defektem v měrném průřezu, viz obrázek 9, což již od počátku měnilo průběh napětí vzorkem, ale také zároveň ihned určovalo místo vzniku krčku.



Obrázek 9: schematická reprezentace apriorní nedokonalost ve zkušebním tělese. Detail naznačuje směry napětí v oblasti, jejichž plocha musí splňovat rovnici zatížení

Z definice podélné deformace

$$\epsilon = -\ln \frac{s}{s_0} \quad (65)$$

$$\delta \epsilon = -\frac{\delta s}{s} + \frac{\delta s_0}{s_0} \quad (66)$$

Druhý vztah, který popisuje růst jakkoli malého původního defektu, byl Hartem ignorován, což vedlo k chybě v jeho kritériu stability. Pro korekci lze vycházet z rovnic:

$$\delta P = \sigma \delta S + S \delta \sigma = 0 \quad (67)$$

$$\delta \sigma = \sigma \left(\gamma \delta \epsilon + \left(\frac{m}{\epsilon} \right) \delta \epsilon \right) \quad (68)$$

$$\delta \epsilon = -\frac{\delta s}{s} + \left(\frac{s}{s_0} \right) \frac{\delta s}{s} \quad (69)$$

$$\left(\frac{\delta \ln s}{\delta \ln S} \right)_p \geq 0 \quad (70)$$

z čehož následně vyplývá, že

$$\gamma \geq \left[\frac{1-m}{1-\frac{\delta \ln S_0}{\delta \ln S}} \right] \quad (71)$$

namísto $\gamma \geq 1 - m$, což znamená, že vztah mezi γ a m nelze využít jako kritérium nestability. Na počátku deformace by muselo být γ obrovské, což napovídá tomu, že když je ve vzorku defekt, pak ta musí být nestabilní již od počátku, leda že by $m \approx 1,0$. Chybu v Hartově teorému se pokusili opravit *Jonas et al.* [25] A *Hutchinson a Obrecht* [26], kteří sledovali změnu plochy krčku jakožto indikátor nestability. Z Hartových rovnic dospěli k diferenciální rovnici

$$\frac{d(\delta S)}{dt} + h(t)\delta S - \frac{\gamma \dot{S}}{m} \left(\frac{\delta S_0}{S_0} \right) = 0 \quad (72)$$

$$h(t) = \frac{\dot{\epsilon}(\gamma+m-1)}{m} \quad (73)$$

Rovnice zdůrazňuje historii zatěžování, ale autoři nenašli jakoukoli významnost funkce h na růst nebo zmenšení δS . Autoři [25] zase odůvodnili absenci výrazu $\frac{\delta S_0}{S_0}$ u Harta, která vyplývá z mechanického poškození, při kterém je nutná primární deformace skrz průřez. Provedli simulaci s numerickou integrací diferenciální rovnice z Hartova teorému

$$\left(\frac{\delta \ln \dot{S}}{\delta \ln S} \right)_p = \frac{\gamma+m-1}{m} \quad (74)$$

a zdůraznili, že tato rovnice je platná pouze pro mechanické poškození.

2.9. Tahová nestabilita

V práci Ghoshe [6] je stabilita plasticity vzorku určována původním apriorním defektem. Tento defekt roste se zvyšující se rychlostí od meze kluzu, pokud $m \neq 1,0$. Počátek nestability je dán až dosažením meze plastické nestability, meze pevnosti, čehož lze u dokonalého vzorku dosáhnout naplněním kritéria $\gamma = 1$. U skutečných vzorků se toho dosáhne až když $\gamma = 1 + m$, jak dokázal Hart [24]. Pomocí derivací a dalších nutných konstant lze dospět až k vztahu pro nestabilní deformaci

$$\epsilon_u = \frac{n}{1+m} \quad (75)$$

Tento pokles v nestabilní deformaci se zvyšujícím se zpevněním pomocí rychlosti deformace je výsledkem zpomalení rychlosti deformace během zkoušky s konstantní rychlostí průřezu. Největší pokles je možný pro $m = 1$, kdy $\epsilon = n/2$.

Ve skutečných nedokonalých vzorcích dochází k jinému procesu- v defektu není homogenní rychlost deformace a v měrné délce nemusí docházet k rovnoměrnému zužování po celé délce. Pokud je m malé, může dojít ke zrychlené deformaci. Pokud rychlost deformace roste exponenciálně s deformací ($\dot{\epsilon} = ae^{b\epsilon}$), kde a i b jsou kladné, pak nestabilní deformace je dána rovnicí

$$\epsilon_u = \frac{n}{1-mb} \quad (76)$$

Při rovnoměrně se zrychlující deformaci je možné dosáhnout nestability mnohem dále než n , protože n a m jsou relativně nezávislé na deformaci i rychlosti deformace. Pokud je m záporné, nestabilní deformace bude nižší než n . Pro většinu defektů je hodnota koeficientu b velmi nízká, a proto je maximum tahové křivky v blízkosti n . Celková deformace je v tomto bodě jen o málo nižší. Materiály vykazující deformační zpevnění i citlivost na rychlost deformace nevykazují za normálních testovacích podmínek nestabilní deformaci příliš odlišnou od n .

Je důležité zmínit, že zvolená konstitutivní rovnice může významně ovlivnit nestabilní deformaci. Například, pokud je koeficient rychlostní citlivosti sčítací ke koeficientu deformačního zpevnění, nestabilita nastane při nižších deformacích pro vyšší rychlosti deformace, naopak pokud je mezi n a m vztah jiný, násobný, rychlost deformace nebude mít významný vliv na mez plastické nestability. Pro první případ platí konstitutivní rovnice

$$\sigma = K \left[\epsilon^n + m' \ln \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right] \text{ pro } \dot{\epsilon} \geq \dot{\epsilon}_0 \quad (77)$$

a pro druhý případ

$$\sigma = K \epsilon^n \dot{\epsilon}^m \quad (78)$$

Rovnice 77 bývá užívána pro deformaci za pokojové teploty, 78 pro zvýšené teploty a creep, ale neexistuje mezi nimi jasný rozdíl. Výhodou druhé rovnice je jednak její jednoduchost, především pak rovnost zatížení uvnitř defektu a vnějškem nevyžaduje přesnou znalost rychlosti deformace. Tuto rychlost však první rovnice vyžaduje. Aby bylo zabráněno problému počítání rychlosti deformace pro specifickou geometrii a změnu průřezu, jednoduše se rychlost považuje za konstantní.

U dokonalého vzorku by krček teoreticky neměl nikdy vzniknout, ale jelikož reálný vzorek musí být uchycen, tak již tento element způsobuje mírný nárůst koncentrace napětí

zhruba uprostřed vzorku. Pík deformace nastává těsně před mezí plastické nestability s dodatečným růstem za touto mezí. Ve studii [24] je simulován vzorek dokonalý s počátečním defektem. Původní průřez v defektu je spočten jako menší o zlomek f , takže rovnice osového napětí vypadá následovně:

$$\sigma_i(1-f)S_0e^{-\epsilon_i} = \sigma_hS_0e^{-\epsilon_h} \quad (79)$$

kde index i značí oblast v defektu a index h mimo tuto oblast. S_0 je plocha průřezu mimo defekt. Tato rovnice však nedefinuje gradient plochy mezi dvěma oblastmi a tedy ignoruje jejich interakci při kontrakci.

Substituce předchozích rovnic dává

$$(1-f)e^{-\epsilon_i}\epsilon_i^n\dot{\epsilon}_i^m = e^{-\epsilon_h}\epsilon_h^n\dot{\epsilon}_h^m \quad (80)$$

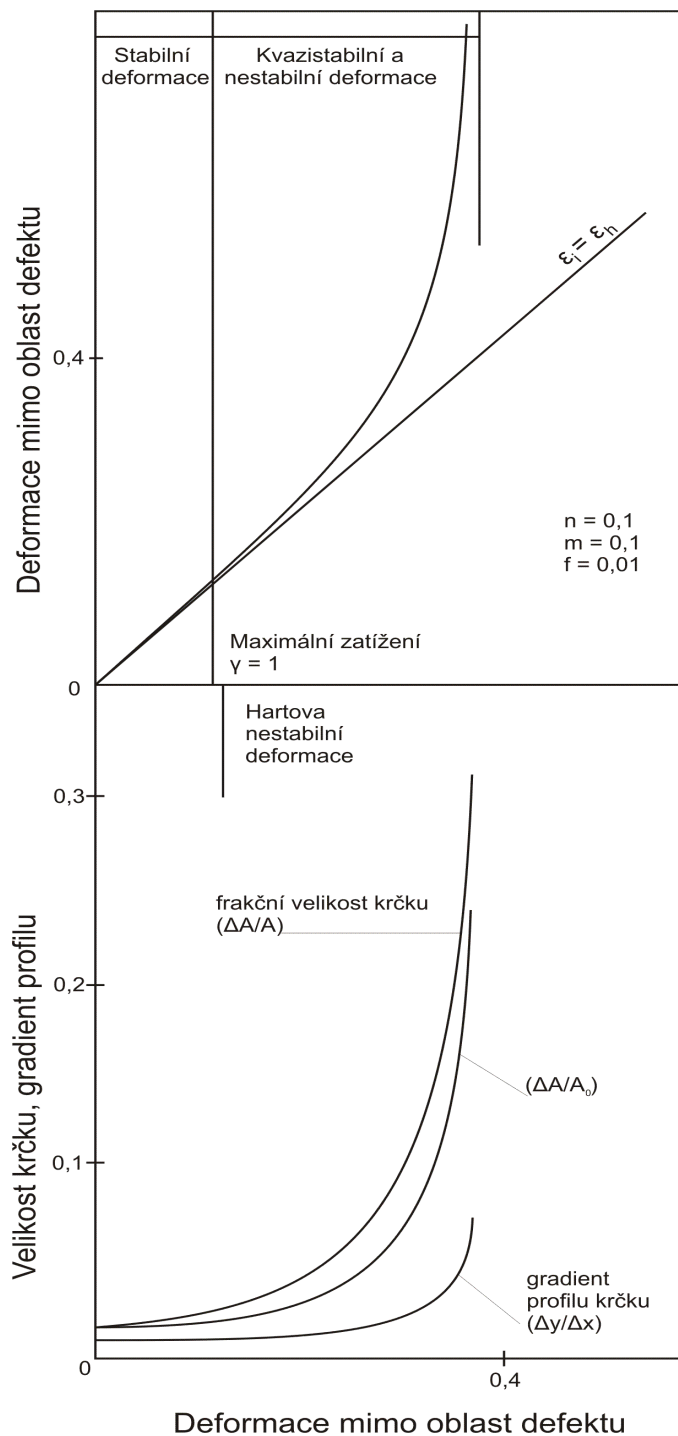
což lze přepsat v diferenciální podobě

$$(1-f)^{\frac{1}{m}}e^{\frac{-\epsilon_i}{m}}\epsilon_i^{\frac{n}{m}}d\epsilon_i = e^{\frac{-\epsilon_h}{m}}\epsilon_h^{\frac{n}{m}}d\epsilon_h \quad (81)$$

V tomto tvaru rovnice ztrácí časovou složku, rychlost deformace nemá žádný vliv na růst defektu pro tento druh konstitutivní rovnice. Tato rovnice byla řešena s užitím Newton-Raphsonovou iterační technikou pro fixní nárůst deformace $\Delta\epsilon = 0,005$ s počátkem $\epsilon_i = \epsilon_h = 0$ a bylo zjištěno, že

$$\epsilon_i = \int_0^{\epsilon_i} d'\epsilon_i \text{ a } \epsilon_h = \int_0^{\epsilon_h} d\epsilon_h \quad (82)$$

Některé výsledky výpočtu pro $n = 0,1$, $m = 0,1$ a $f = 0,01$ touto metodou jsou na obrázku 10.



Obrázek 10: Výsledky numerického výpočtu zobrazující růst deformace, krčku a jeho gradient

Bylo zjištěno, že defekt roste rychleji zevnitř než zvenku deformace. Podle bližšího pohledu na tento jev jsou studovány dva indikátory velikosti krčku z hlediska funkce deformace:

- současnou plochou průřezu mezi dvěma oblastmi normalizovanou s ohledem na původní plochu mimo defekt, $\frac{\Delta S}{S_0} = \{e^{-\epsilon_h} - (1 - f)e^{-\epsilon_i}\}$

- tou stejnou diferencí normalizovanou s ohledem na současnou plochu mimo defekt,

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{e^{-\epsilon_h} - (1-f)e^{-\epsilon_i}}{e^{-\epsilon_h}}.$$

Od bodu, kdy se rozdíly ploch dostanou do rozdílných osových vzdáleností, může to způsobit rozdílné stupně vizuálně detekovatelného krčku, gradient profilu defektu může poskytnout lepší indikátor růstu krčku. Tento gradient je definován zhruba dělením rozdílů mezi transversními dimenzemi dvou oblastí (jinak též $\sqrt{S_h} - \sqrt{S_i}$ pro čtvercový průřez,

$2 \cdot \left(\sqrt{\frac{S_h}{\pi}} - \sqrt{\frac{S_i}{\pi}} \right)$ pro válcové tyče) jejich separací, $\Delta x_0 \left(\frac{e^{\epsilon_h} + e^{\epsilon_i}}{2} \right)$, kde Δx_0 je původní separace.

Tím je tedy gradient profilu defektu dán vztahem

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{2 \left(e^{\frac{-\epsilon_h}{2}} - \sqrt{1-f} e^{\frac{-\epsilon_i}{2}} \right)}{e^{\epsilon_h} + e^{\epsilon_i}} \left(\frac{\sqrt{S_0}}{\Delta x_0} \right) \quad (83)$$

pro čtvercový průřez. Gradient pro kruhové průřezy se liší pouze konstantou a byl by poněkud nižší než tento vztah. Δy je zde zvoleno jako diametrální rozdíl spíše než radiální.

2.10. Výsledky analýzy

Indikátory velikosti krčku a gradient profilu ukazují, že deformace roste zpočátku pozvolna a při deformaci přibližně 0,37 se rapidně zvyšuje. Ačkoli by měl být průběh profilu $\frac{\Delta S}{S_0}$ menší než $\frac{\Delta S}{S}$, jsou si velmi podobné. Gradient profilu se rozvíjí v souladu s hypotézou ještě pomaleji a od oddělení mezi defektem a okolím narůstá s deformací. Je zajímavé, že nedochází k žádné zásadní změně ani při maximu ($\gamma = 1$ pro konstantní ϵ_h) ani při Hartem navržené nestabilní deformaci, $\frac{n}{1-m}$. U defektů, které rostly od počátku, nedochází při těchto napětích k nestabilitám na základě růstu defektů.

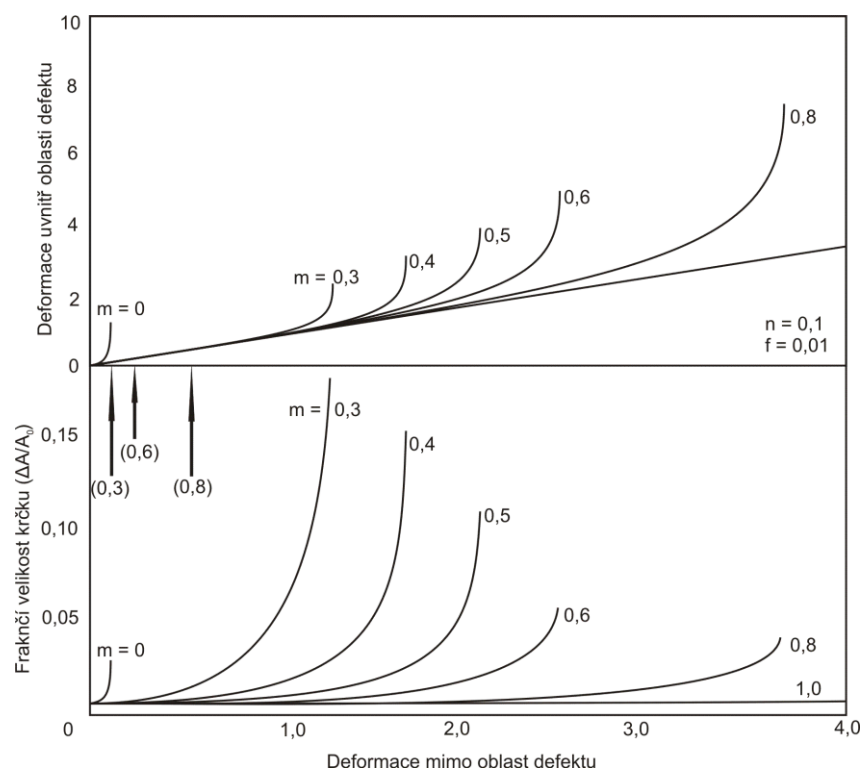
Na druhou stranu, pokud je deformace při narůstajícím zatížení definována jako stabilní, pak všechny deformace následující za maximem zatížení musí být nestabilní. Jenže růst krčku ihned za mezí pevnosti je nepostřehnutelný, a proto je lepší tyto deformace definovat jako kvazistabilní. Také se pro tuto oblast používají termíny jako difúzní tvorba krčku a difúzně nestabilní tok. Míra kvazistabilního toku závisí na hodnotách n , m a f a přechod k více nestabilní deformaci, více lokalizované a rychlejší, se může objevovat pozvolna. Lokalizovaný krček začne být viditelný až v případě, kdy gradient dosáhne určité vysoké hodnoty (nebo při rychlém růstu defektu), která je již vizuálně detekovatelná. U plochých vzorků se však krček neobjeví ani, když gradient v tloušťce nabude viditelných hodnot, ani

když se rozvine smyková deformace skrz tloušťku. To je posuzováno jako ukončení prakticky užitečného toku napětí, pokud obklopující materiál zůstává na limitní deformaci ($\epsilon \sim 0,37$), přičemž lokalizace deformace vede k lomu³ mimo defekt.

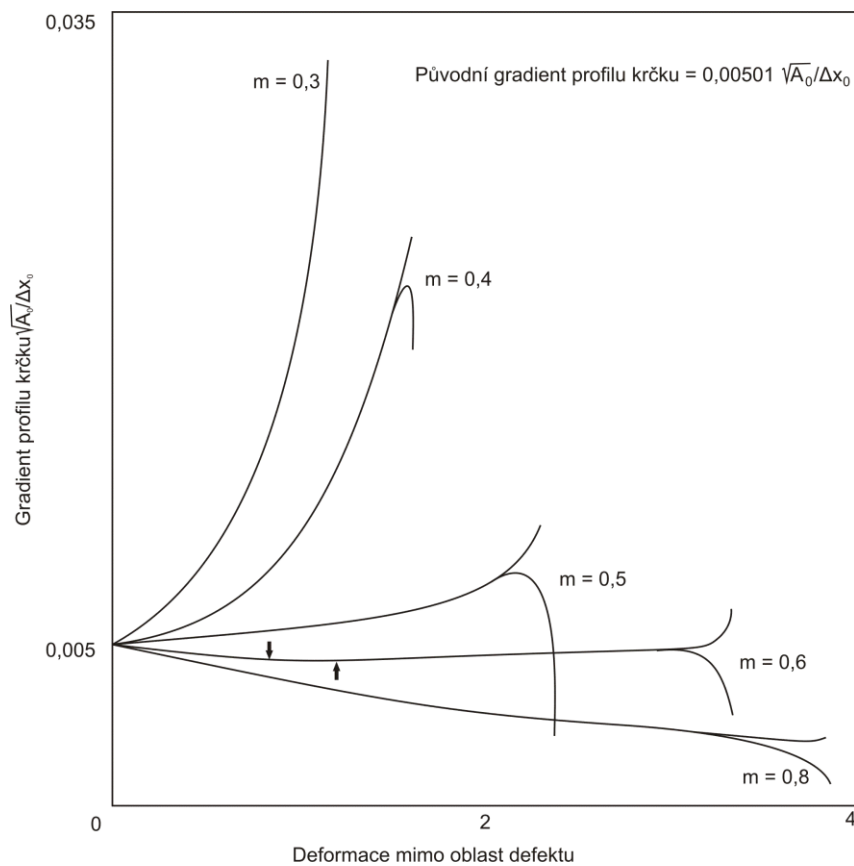
Kinetika růstu defektu je silně ovlivněna koeficienty n, m, f stejně jako vlastnosti lomu. Obrázek naznačuje, že pokud je koeficient $m > 0$, mohou se objevit významné deformace mimo defekt i v případě, že $n = 0$. Všechny deformace jsou v tomto případě buď kvazistabilní nebo nestabilní s maximálním zatížením při nulové deformaci. Pro $n = 0, 1$ a $0,2$ jsou deformace při maximu zatížení vyšší a rychlosti růstu defektu jsou spíše nižší. Ve výsledku se deformace nakumulovaná mimo defekt zvýší se zvyšujícími se příspěvky od deformací dosaženým před i po maximálním zatížení.

Koeficient rychlostní citlivosti, m , má zřetelnější účinek ve zpomalování rychlosti růstu defektu. Výsledky výpočtů pro různé hodnoty m jsou na obrázcích pro $n = 0, 1$ a $f = 0, 01$. I když není nestabilní deformace ($0, 1$) ovlivněna koeficientem m , kvazistabilní složka roste velmi rychle jako funkce koeficientu m . Dosažitelné úrovně deformací v těchto grafech jsou v pořadí s vyšší magnitudou než předchozí grafy a jsou podobné grafům superplastické deformace. Od počátku deformace roste deformace v defektu rychleji než deformace okolí, dokud nenastane situace, kdy $m = 1$, pro které platí $\epsilon_i = \epsilon_h$. Indikátor velikosti krčku, $\frac{\Delta S}{S_0}$, roste také v podobném duchu. Tyto výsledky jsou podporovány rovnicí 71, která naznačuje, krom jiného, že γ nesmí být větší než 0, pokud $m = 1$, aby byla splněna podmínka stability růstu deformace.

³ V případě křehkých materiálů s nízkými lomovými deformacemi a koeficientem $m \leq 0$ může být proces lokalizace deformace zaměřen na tvorbu vnitřních trhlinek a ne na zplastizování. To platí i pro oceli pod tranzitní teplotou



Obrázek 11: vliv rychlostní citlivosti na růst defektu- deformace uvnitř a krček rostou od počátku, Hartovy deformace jsou naznačeny svislými šipkami



Obrázek 12: vliv rychlostní citlivosti na růst profilu krčku

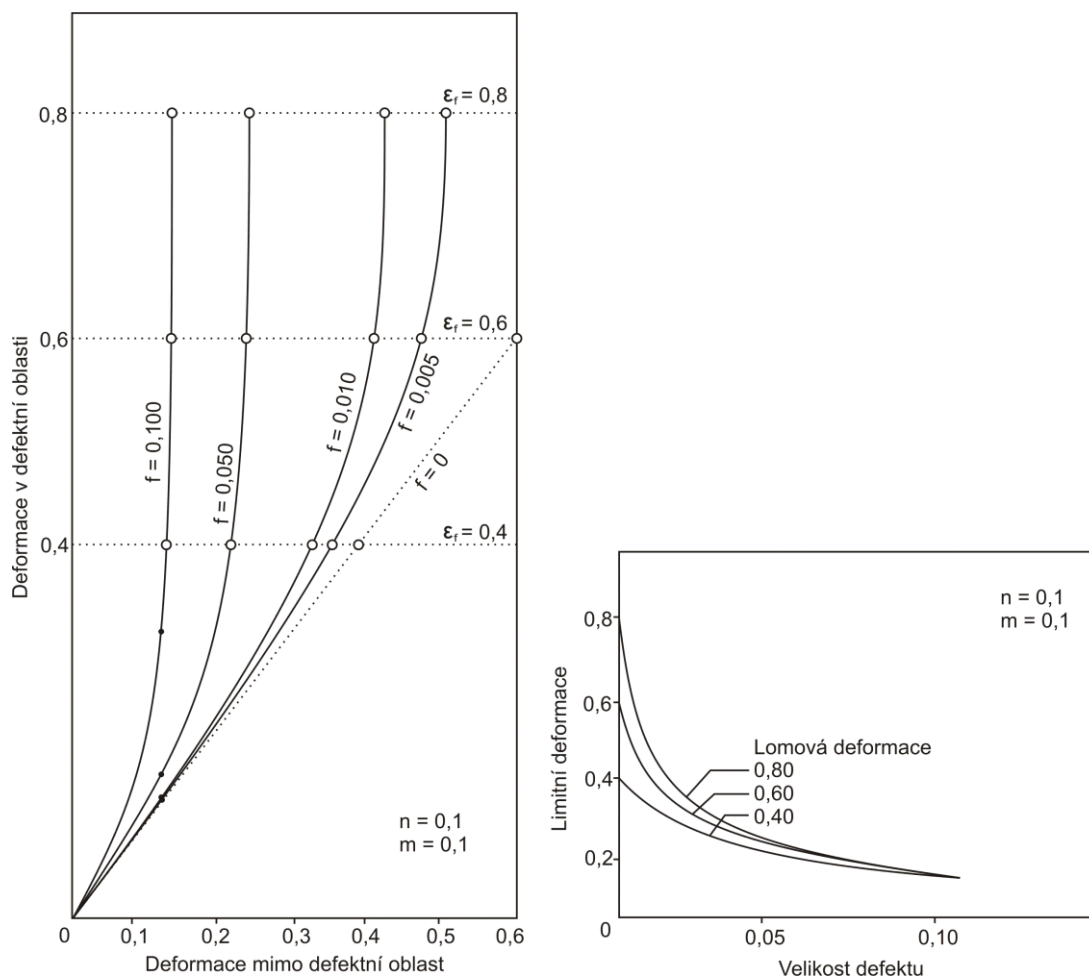
Zatímco velikost krčku roste od svého počátku, gradient profilu krčku v rovnici 83 nemusí být vždy stejný. U hodnot $m \leq 0,5$ byla zjištěna monotónnost růstu tohoto gradientu. Pokles gradientu za vysokých deformací, jak je naznačeno na obrázku 11, nemusí být skutečný jev. Gradient je totiž vypočten tak, aby byl stejný za všech deformací. Gradient ve skutečnosti za extrémně vysokých deformací nabude nelineární charakteristiku a je tedy třeba vytvořit vhodný model lokalizovaného krčku pro zjištění skutečného důvodu interakce mezi dvěma oblastmi. Mimo to zobrazují křivky v obrázku 12 velmi rychlou lokalizaci deformace uvnitř daného defektu. Toto může vést k lomu, což je proces, který na obrázku 6 není možno identifikovat.

Nicméně jsou zde zobrazeny zajímavé vlastnosti deformací nad hodnotami $m > 0,5$. Například při $m = 0,6$ se nejprve objevuje pokles gradientu, což naznačuje dočasné zmizení krčku. Gradient však dále roste a překročí původní maximum při hodnotách deformace $1,03$. Pokračující deformace se projevuje jen s malým gradientem, který může ještě poklesnout před lokalizací deformace a lomem. To je první příklad, kde se defekt vlastně zmenší a na chvíli se stane stabilním. Toto chování je pozorováno pouze v podmínkách gradientu profilu (což souvisí s vizuálním pozorováním) a ne v podmínkách indikátoru velikosti krčku. Od hodnot $m \geq 0,8$, nejsou gradienty profilu již vůbec nestabilními a krček se ztrácí již od začátku deformace. Tento druh stabilizace krčku a vysokého kvazistabilního toku je charakteristický pro superplastickou deformaci. Lokalizovaný krček a následný lom však mohou ukončit i tento druh deformace.

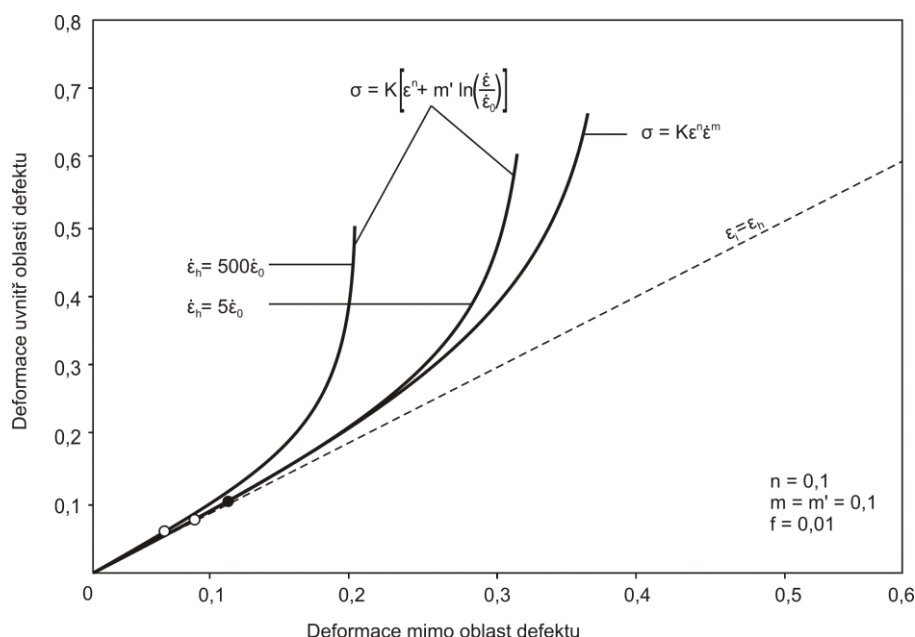
Všechny výsledky analýz zde diskutovaných jsou také ovlivněny velikostí defektu a lomovou deformací. Obrázky 13 ukazují efekt dvou proměnných s libovolně zvolenými hodnotami f a lomovou deformací pro $n = 0,1$ a $m = 0,1$. Bezdefektní ($f = 0$) křivka znamená, že deformace uvnitř i mimo defekt jsou si rovny, zatímco zvyšující se hodnota f způsobuje rychlejší akumulaci deformace uvnitř defektu- obrázek 13. V této analýze je lomová deformace jednoduše určena pro ukončení výpočtu (realističtější model by mohl obsahovat graduální rozvoj vnitřních poškození). Deformace nakumulovaná mimo defekt je zde označována za limitní deformaci. Samotný lom v tomto modelu neovlivňuje deformační historii. Zatímco nestabilní deformace není ovlivněna velikostí defektu⁴, limitní deformace jí je ovlivněna velmi silně.

⁴ Pokud je m blízké nule, bylo zjištěno, že i nestabilní deformace klesá se zvětšujícím se defektem.

Limitní deformace, zobrazená na obr. 13 vlevo jako funkce f na témže obrázku vpravo, naznačuje prudký pokles v limitní deformaci, pokud je f malé, a slabší pokles, pokud je f větší. Silná citlivost na defekty limitní deformace pro malé f je ještě umocněna zvýšením lomové deformace. Alternativně nárůst lomové deformace nezlepšuje limitní deformaci znatelně, pokud je apriorní defekt extrémně malý ($f < 0,005$). Nárůst n , m , nebo obou koeficientů může snížit citlivost limitní deformace na defekt (pro fixní lomovou deformaci) a zvýšit svou citlivost k lomové deformaci (pro fixní f) snižováním kinetiky růstu defektu.



Obrázek 13: Vlivy velikosti defektu f na jeho růstovou kinetiku a lomové deformace na limitu deformace. Když defekt dosáhne lomového napětí (prázdné kroužky), je deformace mimo oblast defektu nazývána limitní deformací.



Obrázek 14: vliv typu konstitučního zákona na chování růstu defektu. „*Considere*“ deformace jsou naznačeny prázdnými body pro rovnici 15a, plným bodem pro rovnici 15b. Rovnice 15b nabízí strmější růst defektu, ale za cenu vyšší rychlosti deformace

Posledním příkladem, naznačeném na obrázku 14, se vysvětluje vliv typu konstitutivního zákona na růst defektu. Aditivní konstitutivní zákon (rovnice 78) dovoluje vyšší rychlost růstu oproti prvnímu zákonu pro stejné hodnoty na m , případně m' . Rychlost deformace je v případě rovnice 77 ovlivňována pouze zatížením a ne chováním růstu defektu. V druhém případě způsobuje nárůst rychlosti deformace, případně pokles referenční rychlosti deformace ($\dot{\epsilon}_0$) ještě zvyšuje rychlost růstu defektu a snižuje deformaci na mezi plastické nestability.

Zjednodušená analýza byla použita k modelaci růstu apriorního geometrického defektu ve vzorku během tahového namáhání materiálu citlivým na rychlost deformace. Bylo zjištěno, že stabilní deformaci je lepší definovat jako tu, která se objevuje při zvyšování zatížení, spíše než skrze růst či zmenšení defektu. Defekt totiž téměř nikdy neklesá pod $m \sim 1,0$. Počátek nestability se objevuje při maximálním zatížení, deformace za tímto bodem je kvazistabilní či difúzně nestabilní a případně nestabilní. Kinetika růstu defektu a míra kvazistabilního toku jsou silně ovlivněny hodnotami m , n a f .

2.12. Distribuce napětí podle Weibulla

Model Weibullova napětí, původně navržen skupinou okolo Beremina [82], odvozuje od statistiky nejslabšího článku a osvojuje dvouparametrovou Weibullovu distribuci k popsání kumulativní pravděpodobnosti porušení

$$P_f(\sigma_W) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\sigma_W}{\sigma_u} \right)^m \right] \quad (84)$$

s Weibullovým napětím, W , definovaným jako

$$\sigma_W = \left[\frac{1}{V_0} \cdot \int_{V_p} \sigma_1^m dV \right]^{\frac{1}{m}} \quad (85)$$

Weibullovo napětí je počítáno integrací maximálního hlavního napětí, σ_I , přes lomovou procesní oblast (zdroj [83] uvádí početní detaily). Weibullův modul, m , charakterizuje funkci pro pravděpodobnou hustotu mikrotrhlin v lomové ploše. Předchozí studie [82, 84] odvozují tuto funkci pravděpodobné hustoty pro mikrotrhliny o velikosti a z rovnice $f(a) = c/a^\gamma$, kde c je konstantou a γ definuje tvar distribuce mikrotrhlin. Vztah mezi m a γ je následující: $m = 2\gamma - 2$. Parametr velikosti, σ_u , definuje mikrostrukturní pevnost materiálu pro kumulativní pravděpodobnost lomu o hodnotě 63,2 % (a vykazuje závislost na teplotě a rychlosti zatěžování).

Dvouparametrový model reprezentuje lomový proces na metodě nejslabšího článku, což nabádá, že velmi malé K_I díky aplikovanému napětí vede ke konečné pravděpodobnosti lomu. Experimenty však ukazují, že běžné feritické oceli vykazují prahový faktor intenzity napětí pro houževnatý lom, K_{min} , obvykle o hodnotě $20 \text{ MPa}\sqrt{m}$. ASTM E1912 [85] užívá tříparametrové Weibullovo rozdělení k popisu makroskopické lomové houževnatosti při podmínkách rovinné deformace:

$$P_f(K_I) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{K_I - K_{min}}{K_0 - K_{min}} \right)^4 \right] \quad (86)$$

kde K_0 označuje lomovou houževnatost při pravděpodobnosti porušení 63,2 %. Odtud lze odvodit modifikaci původního Weibullova napět'ového modelu zavedením prahové hodnoty W , pod kterou se neobjeví houževnatý lom. Při podmínkách rovinné deformace zůstává σ_W^m proporční k K_I^4 [86]. Tříparametrový Weibullův napět'ový model odpovídající předchozí rovnici pak musí mít tvar:

$$P_F(\sigma_W) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\sigma_W^{m/4} - \sigma_{Wmin}^{m/4}}{\sigma_u^{m/4} - \sigma_{Wmin}^{m/4}} \right)^4 \right] \quad (87)$$

kde σ_{Wmin} je rovno hodnotě σ_W při $K_I = K_{min}$. Jiné tvary Pf předpovídají vliv délky trhliny na lomovou houževnatost, která se liší od experimentálně ověřených vztahů odvozených v normě E1921.

Gao et al. [87] navrhli proces ke kalibraci parametrů Weibullova napětí pomocí dat z lomové houževnatosti získanými dvěma sadami vzorků, které vykazují odlišné úrovně deformace při lomu. Aplikací houževnatostního měřítkového modelu založené na Weibullově napětí vyhledává kalibrační proces hodnoty m , které upravují daná deformační data obou sad vzorků, které jinak statisticky vykazují stejné vlastnosti. Poté, co je m určeno, lze dopočítat i hodnoty σ_u , σ_{Wmin} i závislost σ_W na K_J : $\sigma_u = \sigma_W$ při $K_{Jc} = K_0$ a $\sigma_{Wmin} = \sigma_W$ při $K_J = K_{min}$. Tato nová metoda eliminuje nejednotnosti, které se vyskytovaly při dřívějších přiblíženích při kalibraci (m , σ_u), které používaly pouze data lomové houževnatosti za vysokých deformací a při podmínkách rovinné deformace, kde pole čela trhliny popisoval jediný parametr – J .

2.13. Vliv velikosti zkušební tělesa

Efekt velikosti křehkých materiálů se vztahuje k hodnocení pravděpodobnosti lomu, který je iniciován defekty v mikrostruktuře, nejčastěji charakteru mikrotrhlin. Pravděpodobnost porušení homogenně namáhaného objemu V křehké keramiky nebo kovu s nízkou úrovní plasticity je kontrolována Weibullovou distribucí ve tvaru [73-77]

$$(\sigma, V) = 1 - \exp \left[-\frac{V}{V_0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \right] \quad (88)$$

kde σ_u je charakteristickou hodnotou pevnosti, m je Weibullovým modulem vyjadřujícím míru lomového napětí σ_f a V_0 je normalizovaný objem, který může být libovolně zvolen. Weibullová distribuce $P_f(\sigma, V)$ vyjadřuje pravděpodobnost, že lomové napětí σ_f materiálu o objemu V je menší než daná hodnota σ . Platnost této distribuce se potvrdila jak u miniaturních vzorků pro zkoušku tahem [28, 29], tak i u zkušebních těles standardních velikostí [75, 77].

Minami et al. [77] užili Bereminův koncept [75], kterým spočítali pravděpodobnost porušení pro nehomogenně zatížený objem integrací rovnice pro $V \rightarrow dV$ a užitím modelu nejslabšího článku dospěli k tvaru

$$P_f(\sigma, V) = 1 - \exp \left[-\frac{1}{V_0} \int_V \left(\frac{\sigma}{\sigma_u} \right)^m dV \right] = 1 - \exp \left[-\left(\frac{\sigma_w}{\sigma_u} \right)^m \right] \quad (89)$$

a definovali Weibullovo napětí ve tvaru

$$\sigma_w = \left[\frac{1}{V_0} \int_V \sigma^m dV \right]^{1/m} \quad (90)$$

Weibullovo napětí σ_w vyjadřuje jakési střední napětí v nehomogenně zatíženém objemu, které je mírou odporu materiálu proti křehkému lomu. Stejně tak ale může sloužit k hodnocení šíření plastické deformace v oblasti koncentrátorů napětí, ale i při vzniku nehomogenního plastického napětíové deformačního pole. Je to vhodný nástroj pro hodnocení celkového napětíového stavu jakékoliv i tvarově komplikované konstrukční části. Ačkoli původně bylo Weibullovo napětí koncipováno pro hodnocení celkové pravděpodobnosti křehkého lomu u ocelí, i v tranzitní oblasti předchází křehkému porušení houževnaté natržení, je možné tento přístup využít pro stanovení pravděpodobnosti lomu [81]. Od chvíle, kdy houževnaté mikrotrhliny nukleují pomocí dislokačního skluzu, mechanismus závisí také na velikosti zrna [75]. Efekt normalizovaného základního objemu V_0 na Weibullovo napětí může být prezentován poměrem mezi Weibullovými napětími pro dva rozdílné základní objemy V_{01} a V_{02} pomocí rovnice

$$\frac{\sigma_w(V_{01})}{\sigma_w(V_{02})} = \left(\frac{V_{02}}{V_{01}} \right)^{1/m} \quad (91)$$

Pokud $m > 1$, růst normalizovaného základního objemu snižuje Weibullovo napětí. Zatímco vliv velikosti na mechanické chování křehkých těles se dá velmi dobře modelovat Weibullovou teorií nejslabšího článku, existuje jen velmi málo poznatků vlivu velikosti těles na plastické charakteristiky materiálů s vysokou houževnatostí. Velmi málo poznatků je i o citlivosti strukturních nehomogenit materiálu na efektu velikosti [80].

3. Shrnutí dosavadních výsledků

Díky hlavnímu směru současných technologií, a to miniaturizaci, která začala během minulého století, vzrostla za několik minulých desetiletí tvorba a použití mikrosystémů, jakými jsou mikroelektronická zařízení nebo biomedicínské aplikace. Výroba takových mikrosystémů celkově ovlivňuje použití mechanických kovových součástí o velikosti menší než $500 \mu m$. Dnes je tedy třeba ověřit mechanické chování materiálů i pro takto malé součásti, které se zcela určitě liší od velkých těles.

Teoreticky ovlivňují mechanické vlastnosti malých součástí čtyři parametry- velikost zrna, počet zrn napříč tloušťkou, samotná tloušťka a přítomnost volných povrchů. Všechny tyto parametry již byly zkoumány. Efekt velikosti zrna byl jedním z nejvíce studovaných účinků velikosti na plasticitu. U materiálů se zrnem o velikosti vyšší než několik mikrometrů

zmenšení zrna způsobuje celkové zpevnění, jak bylo modelováno známým *Hall-Petchovým vztahem* [52, 53]. U mikročásti se jeví účinek velikosti zrna v menší míře [54]. Účinek zmenšení tloušťky pro volně stojící polykrystaly s tloušťkou menší než několik mikrometrů vyvolává celkový pokles lomové deformace [55, 56, 57], lomovém napětí [55, 56] i toku napětí [58, 59] se změnou v lomovém mechanismu díky možné změně ze stavu rovinné deformace na stav rovinného napětí [55]. Kryté polykrystaly nebo tělesa s tloušťkou menší než $10\ \mu\text{m}$ tento jev působí opačně, vede k nárůstu napětí při snižující se tloušťce [60, 61, 62, 63, 64].

Efekt volných povrchů na mechanické vlastnosti materiálů byl pro jednotlivé krystaly intenzivně studován během několika desetiletí pomocí mechanických zkoušek a mikroskopii TEM [65, 66]. Objevení napěťového gradientu a změny zpevňovacích stádií v blízkosti volných povrchů byly zaznamenány Fouriem v letech 1967 a 1970 pro jednotlivé orientace krystalu. Jako důsledek průniku dislokací skrz volné povrchy výrazně klesá počet primárních dislokací. Mughrabi v roce 1971 určil faktor roven 2,5 mezi hustotou dislokací blízko volných povrchů a uvnitř krystalu pro monokrystaly mědi orientované v jediném směru pro druhou fázi zpevnění. Dislokační struktury v okolí volných povrchů byly shledány jemnější než uvnitř krystalů, což značí pokles napětí. Dále bylo zjištěno [67], že stejný poměr odpovídá i niklu. U polykrystalů bylo provedeno velmi malé množství pozorování [68, 69] a zde je efekt volných povrchů podobný tomu pozorovanému pro samostatné stejně orientované krystaly. U samostatných, ovšem různě orientovaných krystalů, se tento jev neprojevuje, nebo je silně omezen [68].

Efekt poměru t/d (tloušťka k velikosti zrna) se objevuje, pokud měrné jednotky obou rozměrů jsou stejného řádu. Poprvé byl popsán v šedesátých letech Armstrongem (1961) a Thompsonem (1973) [70, 71]. Ve studii [72] byl studován vysoce čistý nikl za velmi malých rozměrů těles pro tahovou zkoušku, aby se ověřil tento t/d poměr. Jev byl zkoumán jak faktograficky, tak i po dislokační stránce pomocí TEM mikroskopu. Bylo zjištěno, že při velmi sníženém jednom z rozměrů u válcovaných materiálů lze očekávat výrazné změny. Těmi jsou výrazný pokles toku napětí nezávislého na úrovni deformace (až 30% při srovnání s polykrystalickými vzorky), změna zpevňovacích stádií, respektive prodleva před třetím stádiem, změna zpětných pnutí na dlouhou vzdálenost, ať již intergranulární, nebo intragranulární, a také změna dislokačních struktur v oblastech v jádru zrna i na jeho povrchích.

4. Základní cíle práce

Hlavním cílem této práce je stanovit, zda a proč se mění měřené mechanické vlastnosti určité oceli při studiu podměrečných těles a zda je tato závislost nějakým způsobem kvantifikovatelná.

5. Experimentální materiál, zkoušky, napěťově deformační analýza

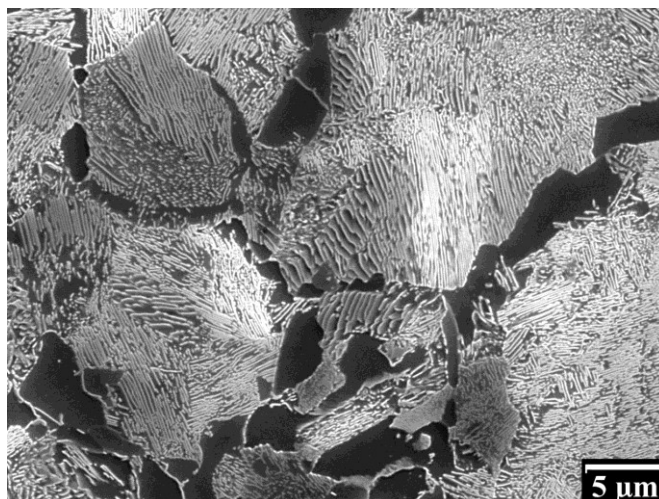
5.1. Základní charakteristika testované oceli

Ocel R7T (dle ASTM, evropské značení ER7, definováno podle EN13262 [5]) je podeutektoidní konstrukční ocel používaná pro výrobu železničních soukolí.

Tabulka 1

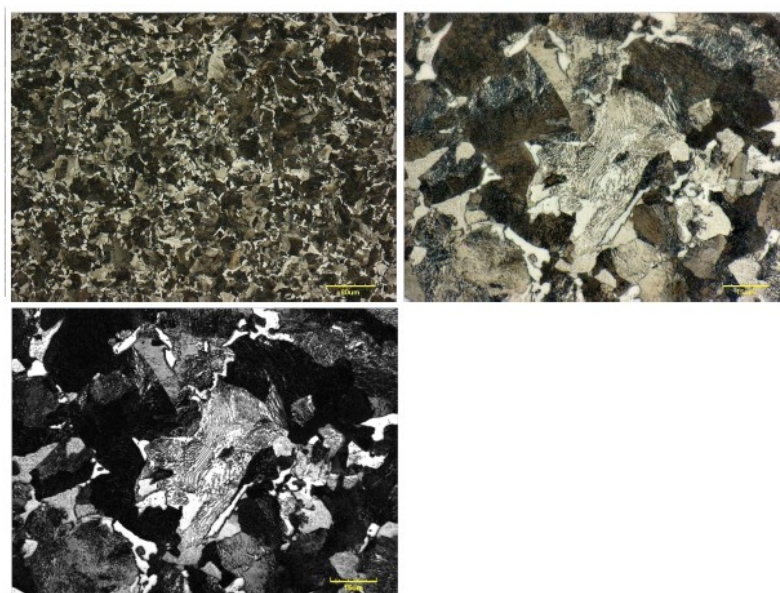
Legura	C	Si	Mn	P	S	Ni	Cr	Mo	Cu	V
R7T	0,52	0,40	0,80	0,04	0,04	0,30	0,30	0,05	0,30	0,05

Mikrostruktura byla vyhodnocena na konfokálním a řádkovacím elektronovém mikroskopu, kde zdokumentována na obrázcích 15 a 16. Jedná se o metalografický výbrus z neporušeného vzorku, který ukázal, že ocel R7T, používaná na monoblok železničních dvojkolí, je ocelí podeutektoidní perliticko-feritickou. Ocel byla tepelně zpracována následujícím způsobem: austenitizace při 850 °C/ ochlazení vodou a následně temperováno při 520°C. Konečná mikrostruktura vyplývající z tepelného zpracování této komerčně vyráběné komodity (železničního kola) byla směsí lamelárního perlitu s malým množstvím feritu. Morfologie mikrostruktury je znázorněna na obrázku, kde bylo obrazovou analýzou zjištěno, že feritická zrna obsazují méně než 20% výbrusu.



Obrázek 15: Řádkovací elektronová mikroskopie mikrostruktury zkoušené oceli R7T

Feritické zrno měřeno lineární průsečíkovou metodou z fotografií z optického mikroskopu na vyleštěném a naleptaném povrchu mělo velikost zhruba $7\ \mu\text{m}$. Velikost perlitické kolonie byla $D_p = 15\ \mu\text{m}$. Mezilamelární vzdálenost v perlitu S_p byla měřena pomocí kolmice k perlitické lamelle na metalografickém vzorku výrazně naleptaném v 3 % Nitalu a podrobena pozorování v řádkovacím elektronovém mikroskopu. Minimální mezilamelární vzdálenost S_p pozorovaná na několika místech kolísala mezi $0,1$ a $0,2\ \mu\text{m}$. Tato hodnota byla stanovena jako aktuální skutečná vzdálenost.

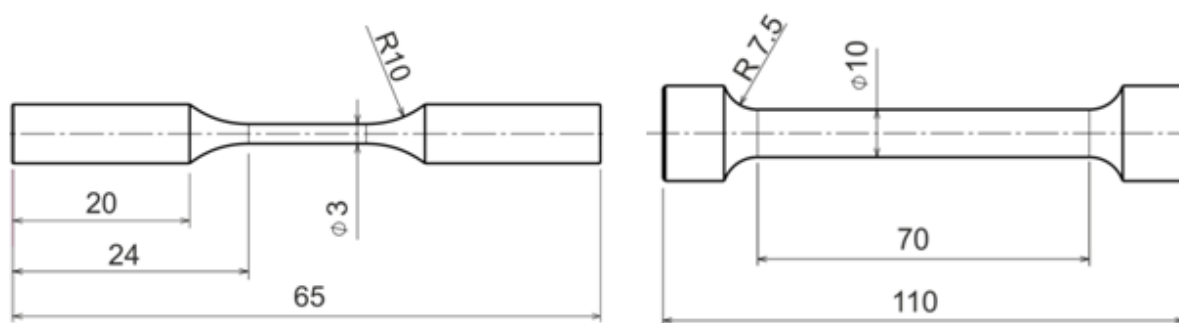


Obrázek 16: Konfokální mikroskopie mikrostruktury zkoušeného materiálu R7T

5.2. Příprava zkušebních těles a výsledky

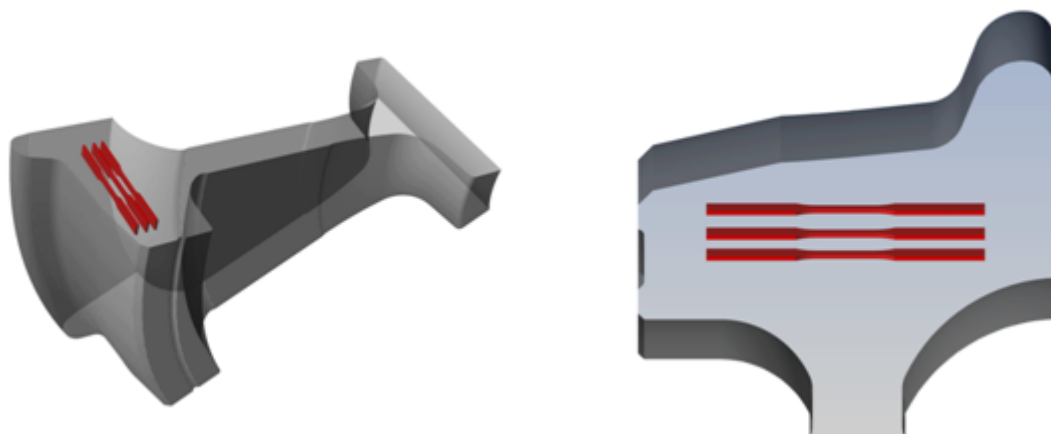
Zkušební tělesa byla vyrobena pomocí klasického nožového obrábění o průřezech 2, 3, 4, 6, 8 a $10\ \text{mm}$. Bylo vyrobeno po třech kusech od každého rozměru, nákres s rozměry

vzorků o průřezu 3 a 10 mm je na obrázku. Na koncích vzorků byl vyřezán závit pro upnutí do čelistí trhačního stroje, aby bylo dosaženo namáhání pouze a jen v podélné ose tělesa.



Obrázek 17: parametry kulatých těles o měrném průměru 3 a 10 mm

Plochá zkušební tělesa byla vyrobena také pomocí klasického nožového obrábění do požadovaného tvaru a následně pomocí řezacího drátku byly vzorky od sebe odděleny. Nejprve byla vyňata z hotového výrobku firmy Bonatrans, železničního kola, jak dokumentuje obrázek 18.



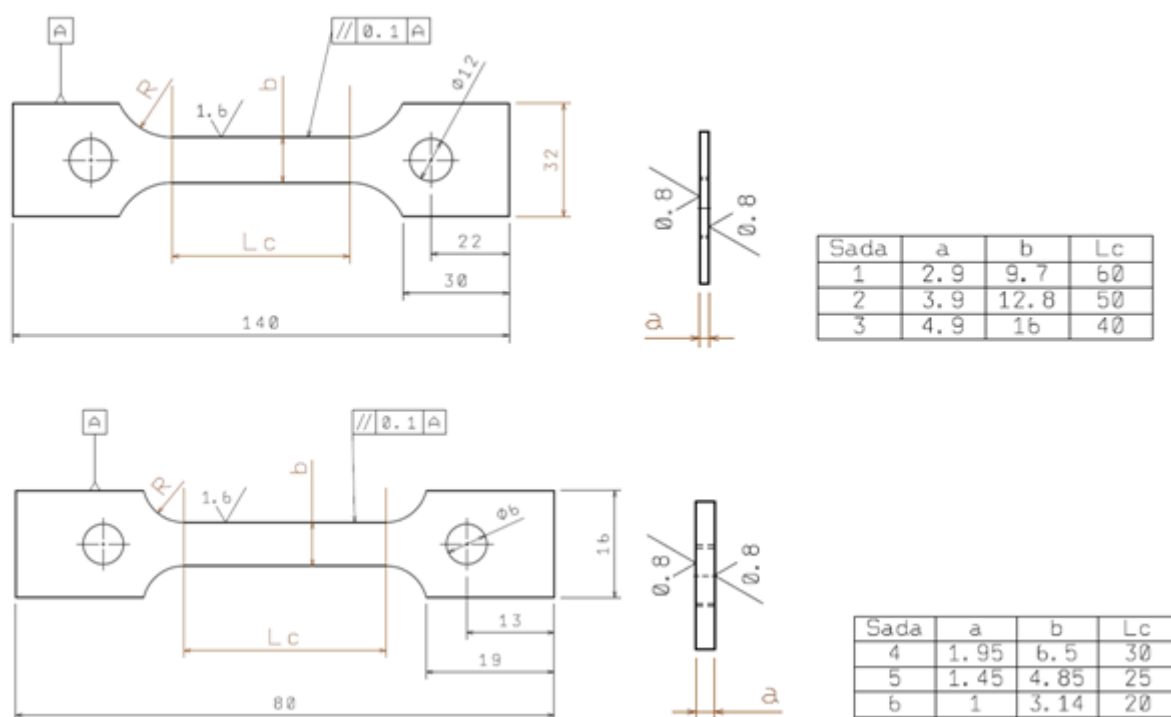
Obrázek 18: Polohy odběru plochých těles

Na rozdíl od klasického soustružení, řezání pásovou pilou nebo řezacím kotoučem byla tělesa řezána pomocí odporového drátku, což mělo za následek vnesení mnohem menší deformace do vzorku, a tedy by měly po testech vyniknout relevantnější výsledky. U takto malých těles je vnesení byť zlomkové deformace před samotnou zkouškou velmi významné a mohlo by narušit závislost napětí-deformace. Tělesa měla charakteristické rozměry, zde tloušťka, tělesa od 1 mm, přes 1,5 mm, 2 mm, 3 mm, 4 mm až po 5 mm tloušťky. Délka a šířka vzorku byla odvozena od těchto hodnot. Všechny rozměry jsou v tabulce 2.

Tabulka 2

	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
měrná délka l_0	10	15	20	30	40	50
šířka w_0	3,2	4,9	6,5	9,8	12,9	16,0
tloušťka t_0	1	1,5	2	3	4	5

Nákres vzorků je na obrázku 19. Jedná se o standardizované krátké poměrné tyče, u kterých byla hledána korelace s ohledem na velikost daného vzorku.



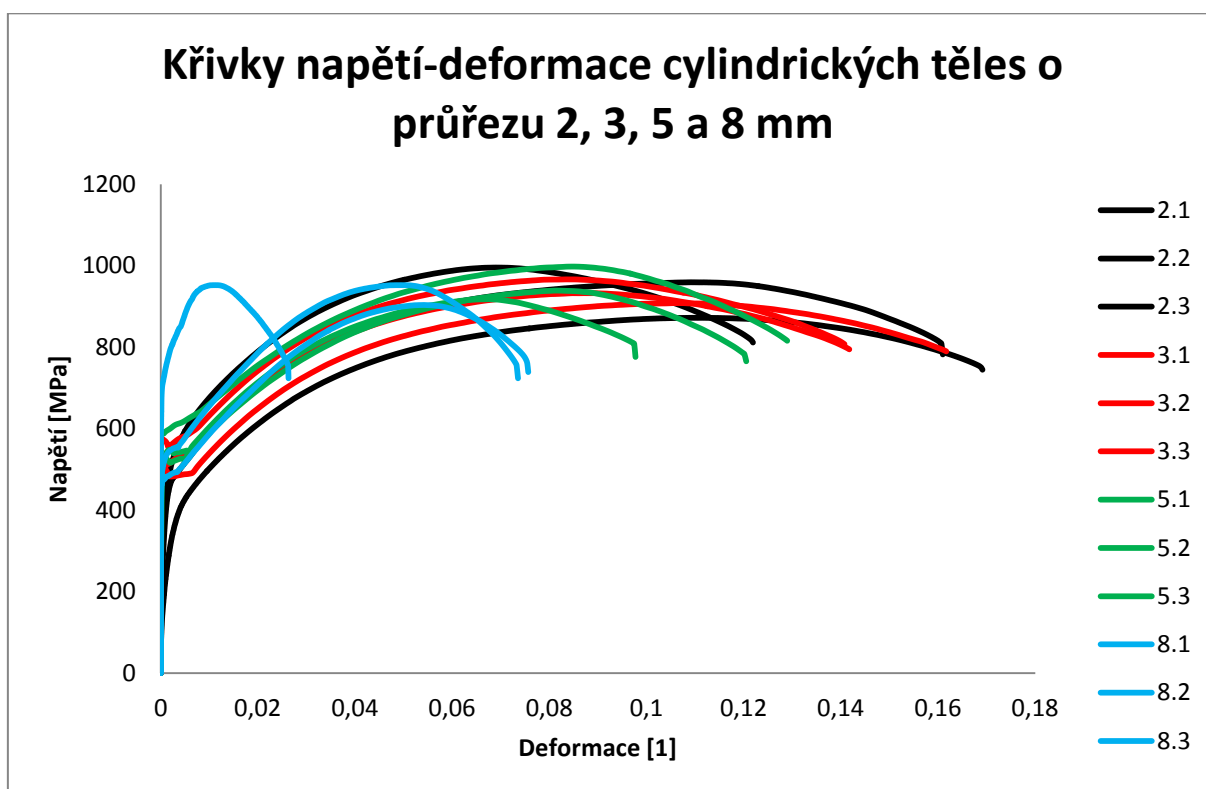
Obrázek 19: Parametry plochých těles

Zkušební tělesa měla být upnuta pomocí čepů v čelistech. Bylo třeba dosáhnout přesného vystředění kvůli eliminaci jakýchkoli mimotných sil, kterých by se nedalo vyvarovat při klasickém upnutí do standardních čelistí. Přesného vystředění vzorků bylo docíleno pomocí na míru vyrobených vymezovacích podložek z tenké trubky nespécifikované oceli. Ty byly obroušeny do přesného rozměru tak, aby zkušební těleso bylo přesně uprostřed čelisti. Průběh tahové zkoušky byl snímán fotoaparátem *Canon*. Z důvodu lesku vzorku byl na vzorek nanesen bílý sprej, aby zamezil lesknutí, a přes něj sprej černý, který nebyl nanesen v souvislé vrstvě. To proto, aby software byl schopen fotografie vyhodnotit a získat cenné informace o deformačním chování v průběhu zkoušky. Nejprve byl zkoušen jako základ bílý nitrokombinační sprej *Prima RAL*, který se ovšem neosvědčil, protože se v průběhu

deformace z očištěného vzorku odlupoval ve velkých kusech, a proto byl pro následné testy vyměněn za bílý pudr, který byl sice náchylný na dotek (protože se smýval), ale již se neodlupoval. Bylo tedy zapotřebí být velmi opatrný při manipulaci a upevňování vzorků.

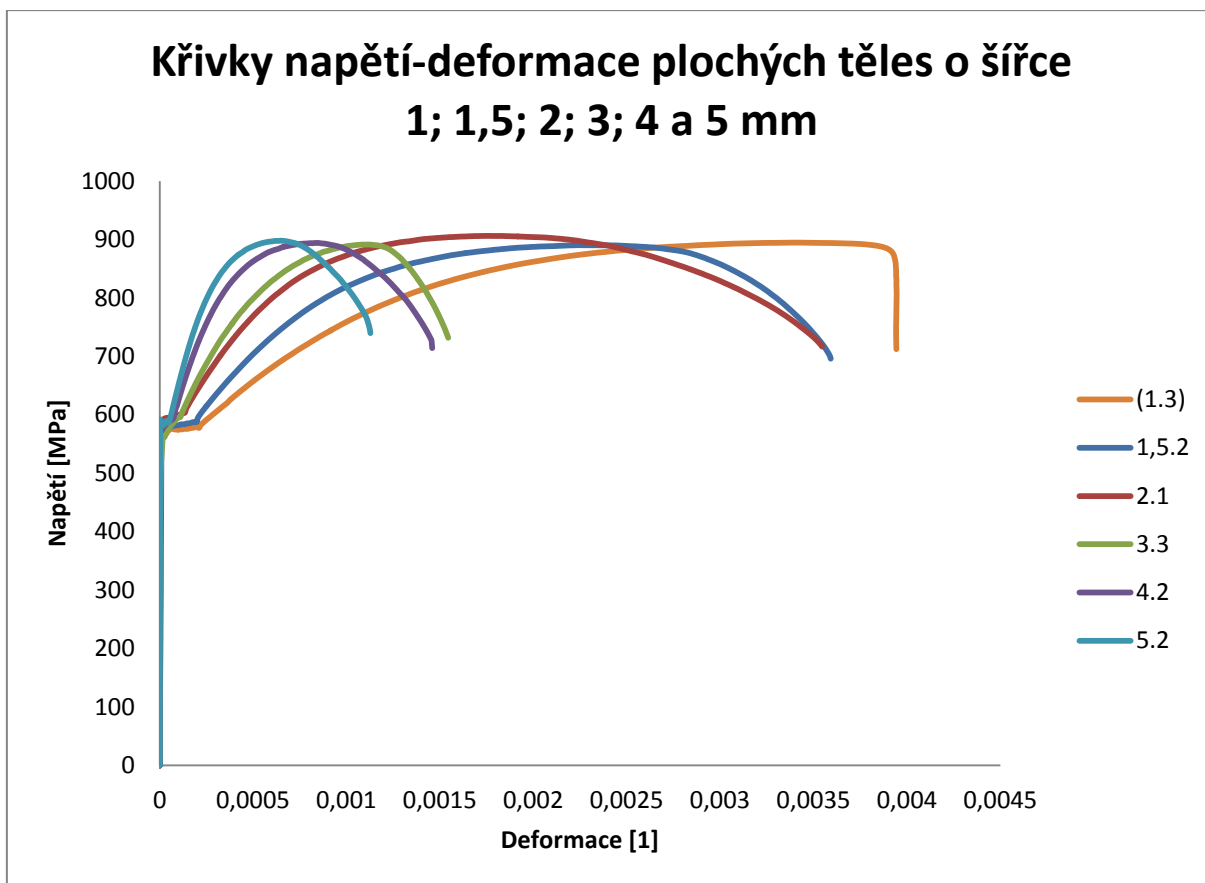
5.3. Napětově-deformační analýza zkušebních těles

Napětově deformační analýza probíhala pomocí softwarů *MS Excel* a *Abaqus*.



Graf 1: Tahové diagramy válcových těles oceli R7T

Na grafu 1 vidíme, že jednoznačný trend mechanických vlastností není příliš patrný. Například vzorek 8.1 se velmi odlišuje od ostatních, a proto byl z následující analýzy vyňat. Tato anomálie může být důsledkem vnesení příliš velké deformace do materiálu při soustružení tělesa. Křivka vykazuje nevýraznou mez kluzu, navíc v mnohem vyšší oblasti, než ostatní tělesa, navíc také minimální tažnost. Výrazná mez kluzu se nenachází ani u těles s průměrem měrné části 2 mm, což opět může znamenat, že těleso bylo vyrobeno za takových podmínek, že materiál byl zdeformován. Výroba takto tenkých tyčí na konvenčních strojích je velmi náročná, je tedy důvodné považovat tato tělesa za nevhodná pro tato měření.



Graf 2: Tahové diagramy plochých těles oceli R7T

Na grafu 2 je vidět napětově deformační křivky pro tělesa plochá, která byla opracována pomocí indukčního drátu. Je jasné patrné, že zde bylo dosaženo mnohem vyšší spolehlivosti a celistvosti celé série. Mez kluzu se nachází v rozptýlu 20 MPa, co je však zajímavější, je zde vidět jasný trend snižování podélné deformace s rostoucím průřezem.

5.4 Souhrn experimentálních výsledků

Všechna měření byla provedena na tělesech vyňatých z železničního kola dodaného firmou Bonatrans, a.s., Bohumín, které bylo vyrobeno z materiálu R7T, popsaného výše. Chemická konstituce materiálu byla stanovena v hmotnostních procentech 0.51 C, 0.74 Mn, 0.30 Si, 0.24 Cr, 0.16 Ni, 0.04 Mo, 0.003 V, 0.005 N, 0.08 Cu, 0.009 S, 0.012 P, vyváženo Fe, což odpovídá označení R7T [37].

Vzorky pro zkoušku tahem byly vyrobeny ve dvou tvarových modifikacích. Cylindrická a plochá (*flat*) zkušební tělesa testovaná v šesti velikostech s rozdílným průměrem D_0 , resp. rozdílnou tloušťkou T_0 vždy splňovala podmínku podobnosti,

$$L_0 / \sqrt{A_0} = const$$

kde L_0 je měrná délka, A_0 je velikost průřezu a $const = 5,56$.

Zkouška v tahu byla provedena při rychlosti přičníku 10^{-4} s^{-1} na trhacím stroji při pokojové teplotě. Získané napět'ově deformační charakteristiky byly popsány nelineárním Ramberg-Osgoodovým zákonem

$$\varepsilon = \sigma_0 / E + (\sigma / K)^{1/n}$$

kde σ_0/E je elastická a $(\sigma/K)^{1/n}$ je plastická část celkové deformace ε , σ_0 a K jsou parametry a n je exponent deformačního zpevnění. Základní vlastnosti obou tvarů těles v tahu – mez kluzu, R_e , pevnost R_m a tažnost A definovaná jako $(L_f - L_0)/L_0$ jsou společně s průměrem D_0 , a tloušťkou T_0 zobrazeny v tabulkách.

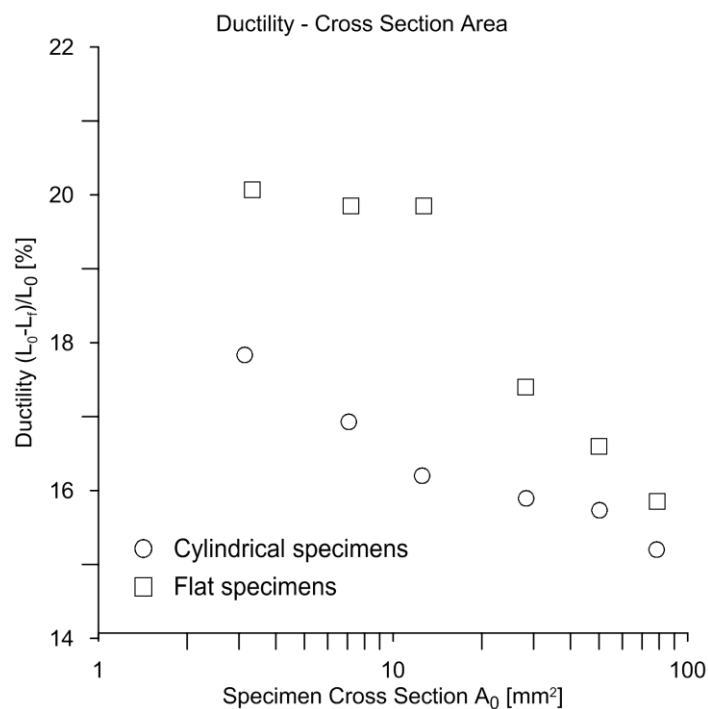
Tabulka 3: Průměr, mez kluzu, mez pevnosti a tažnost těles s kruhovým průřezem z oceli R7T

D[mm]	R_e [MPa]	R_m [MPa]	A [%]
2	498	828	17,83
3	501	841	16,93
4	521	864	16,20
6	534	872	15,90
8	509	856	15,73
10	526	865	15,20

Tabulka 4: Tloušťka, mez kluzu, mez pevnosti a tažnost plochých těles z oceli R7T

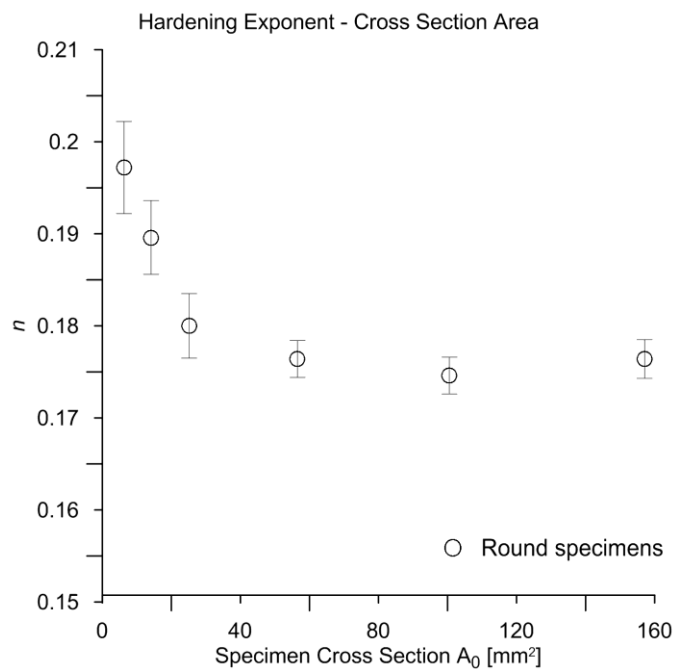
T [mm]	R_e [MPa]	R_m [MPa]	A [%]
1	583	898	20.07
1.5	580	901	19.85
2	595	906	19.85
2.8	604	902	17.40
4	593	905	16.60
5	596	904	15.85

Ze získaných výsledků je odvozena klesající závislost tažnosti na původním průřezu A_0 znázorněné v grafu 3:



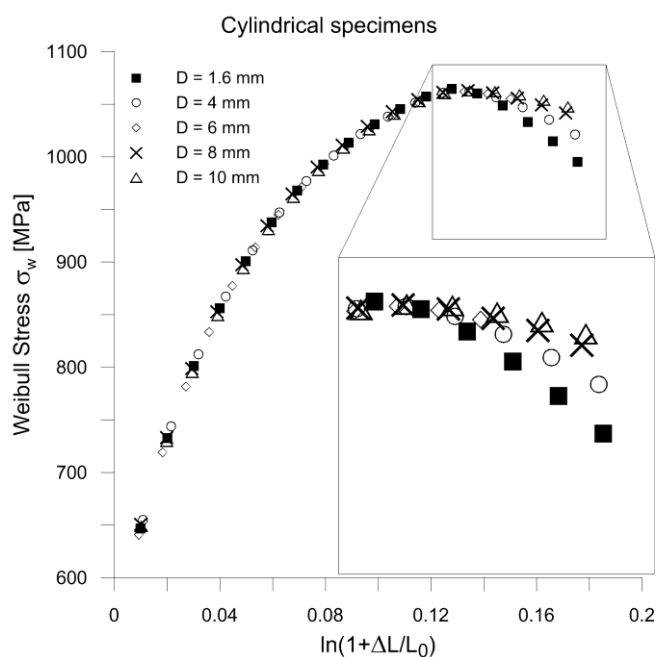
Graf 3: Závislost tažnosti těles s obdélníkovým a kruhovým průřezem z oceli R7T na průřezu

Závislost exponentu deformačního zpevnění n byla stanovena pouze pro tělesa s kruhovým průřezem. Klesající trend tohoto exponentu se zvětšujícím se průřezem odpovídá stejnému charakteru závislosti tažnosti na průřezu na předchozím obrázku. Graf 4 dokládá, že zpevňující proces během zatěžování tělesa probíhá mnohem intenzivněji v menších tělesech.

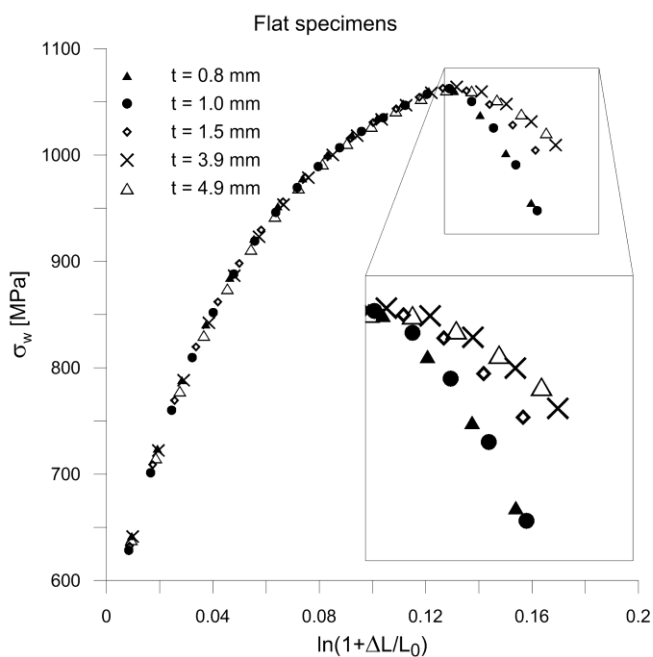


Graf 4: Efekt závislosti deformačního zpevnění na průřezu válcových těles

Napěťově deformační chování testovaných těles jak plochých, tak i cylindrických ve všech variantách velikostí bylo numericky simulováno. Metodou konečných prvků s využitím softwaru *Abaqus finite elements* byl nalezen vývoj pole napětí v měrné části zkušebního tělesa. Byl vypočítán normalizovaný objem V_0 Weibullova napětí s přihlédnutím k síťovým prvkům (*mesh element*) pro každý čas historie zatěžování, jak je zdokumentováno v grafech 5 a 6.

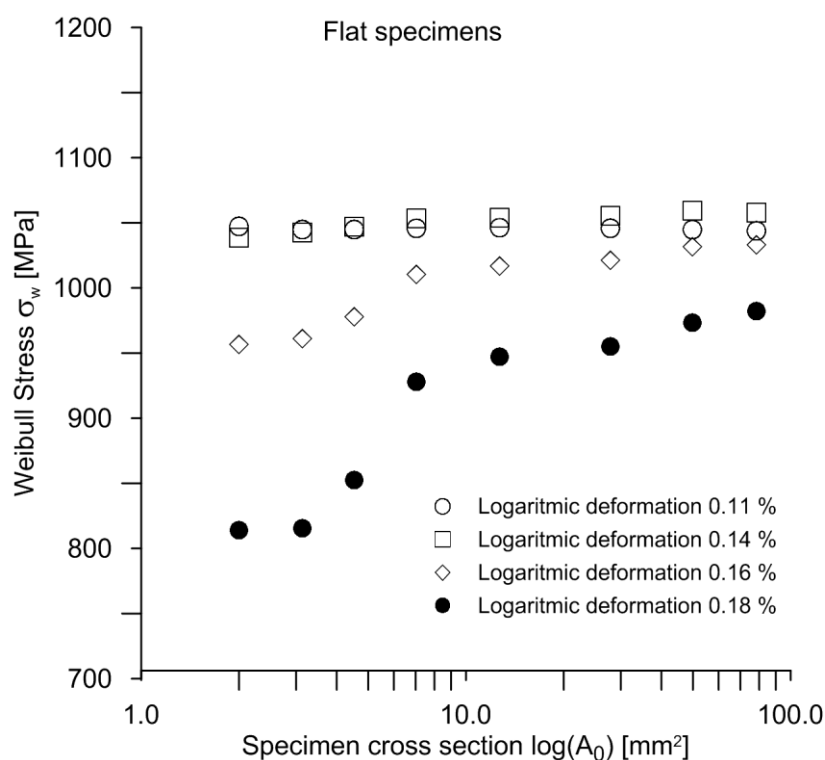


Graf 5: Závislost Weibullova napětí na skutečné deformaci u válcových těles z oceli R7T

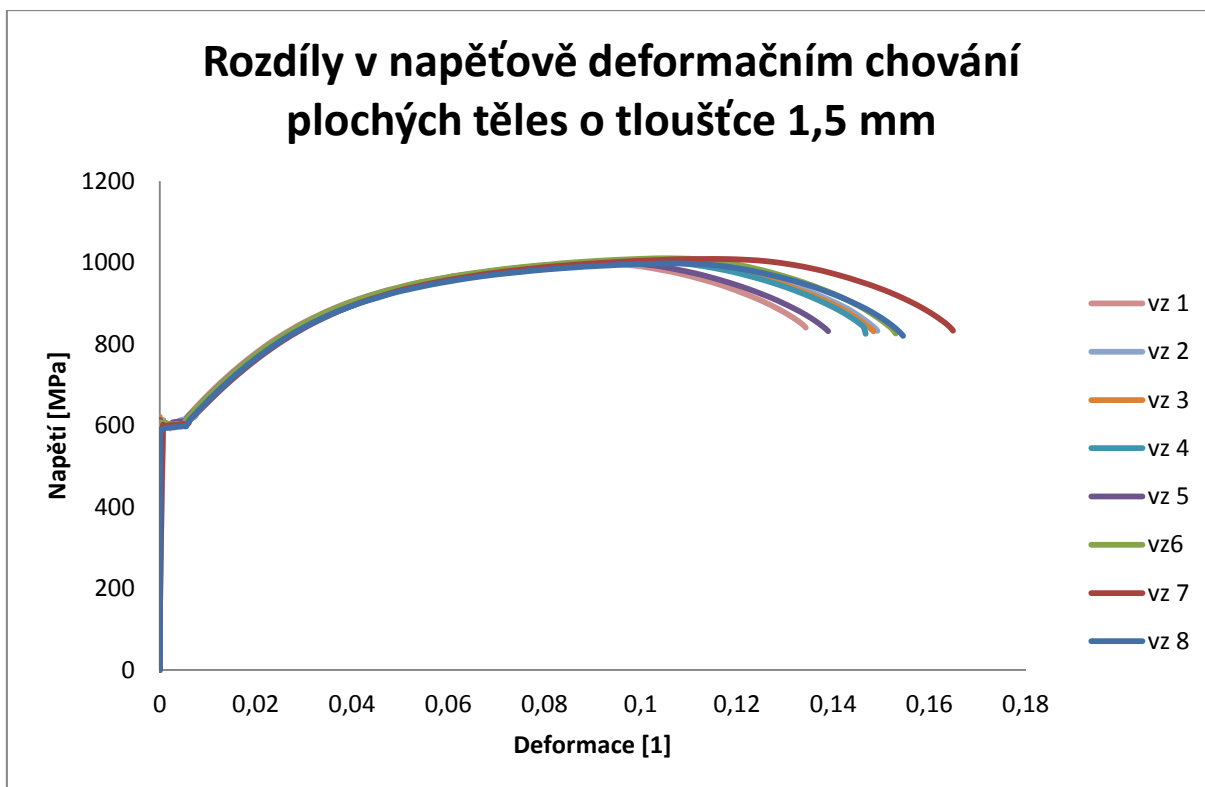


Graf 6: Závislost Weibullova napětí na skutečné deformaci u plochých těles z oceli R7T

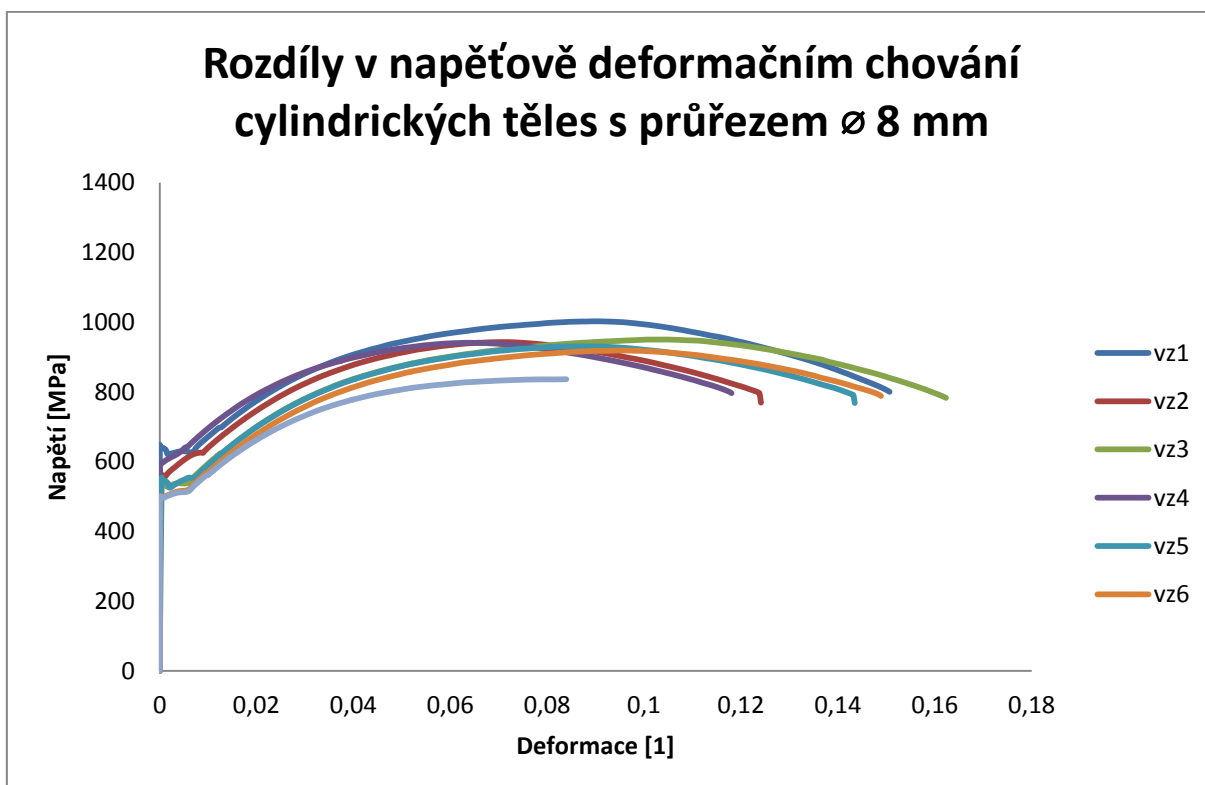
Závislosti Weibullova napětí na skutečné deformaci u cylindrických a plochých vzorků oceli R7T s rozdílnou velikostí průměru, resp. tloušťky zkušebního tělesa, jsou uvedeny v grafech 5 a 6. Z těchto obrázků je zřejmé, že až do začátku plastické nestability je Weibullovo napětí na velikosti tělesa prakticky nezávislé, avšak za bodem plastické nestability Weibullovo napětí σ_w s rostoucí velikostí tělesa vzrůstá. Růst Weibullova napětí s rostoucí velikostí tělesa je zejména při vyšších úrovních plastické deformace výraznější u plochých vzorků než u vzorků cylindrických. V grafu 7 je pro čtyři vybrané hodnoty deformace uvedena závislost Weibullova napětí na průřezu u plochých vzorků. Zatímco pro malé úrovně deformace je tato závislost nevýrazná, u deformace nad $\varepsilon = 0,16$ roste Weibullovo napětí s růstem velikosti zkušebního vzorku velmi dramaticky.



Graf 7: Závislost Weibullova napětí na velikosti průřezu plochých zkušebních těles z oceli R7T



Graf 8: Tahové diagramy jediné velikosti zkušebního tělesa plochého průřezu



Graf 9: Tahové diagramy jediné velikosti zkušebního tělesa kruhového průřezu

Grafy 8 a 9 dokumentují rozptyly hodnot pro vybraná tělesa jednoho charakteristického rozměru, zde tedy tloušťka plochého 1,5 mm v grafu 8 a průměr průřezu 8 mm pro

cylindrická tělesa v grafu 9. Z grafů je patrné, že plochá tělesa nevykazují prakticky žádný rozptyl až do meze plastické nestability a za ní se již liší, ovšem nikoli mnoho, zatímco válcová tělesa takto jednoznačný průběh nemají. Mez kluzu zde kolísá od 500 MPa do 650 MPa, směrnice křivky k mezi plastické nestability je podobná pro všechny zkoušené vzorky, ale jednoznačná hodnota tažnosti není patrná ani z jednoho druhu zkušebního tělesa. Statistickými metodami lze vypočítat průměrnou hodnotu, která byla použita pro výpočty.

6. Analýza experimentálních výsledků

Bylo zjištěno, že pro nízkolegovanou podeutektoidní ocel se v závislosti na velikosti zkušebního tělesa pro zkoušku jednoosým tahem mění především tažnost, a to tak, že se zvětšujícím se průřezem tažnost klesá, zároveň mírně stoupá i pevnost R_m , ovšem velmi málo, takže tento údaj je zanedbatelný a může být způsoben statistickou odchylkou. Podobná závislost byla zjištěna i pro nikl [72] a měď [61]. Ze závislostí tažnosti na měrném průřezu bylo zjištěno, že tažnost s rostoucím průřezem klesá nepřímo úměrně.

7. Diskuse

Bylo zjištěno, že Weibullovo napětí je vhodným nástrojem pro celkový popis napětíového pole uvnitř těles pro zkoušku tahem. S měnicími se velikostmi podobných těles se jiným způsobem mění i pole napětí ve střední části zkušebního tělesa, a to je hlavní příčinou rozdílných napětíově deformačních charakteristik. Experimentální metodiky a numericky analyzovaná napětíově deformační pole tahových vzorků z feriticko-politické oceli R7T prokázaly následující skutečnosti. Se zvětšujícím se velikostí tělesa klesá tažnost a exponent deformačního zpevnění se snižuje. Weibullovo napětí pro konstantní deformaci s rostoucí velikostí zkušebního tělesa roste. Zvětšení tvarového parametru m , například lokální zúžení distribuce pevnosti zvyšuje Weibullovo napětí. Weibullovo napětí je příhodným parametrem pro popis velikostního vlivu na oceli jak v křehkém stavu, tak i v houževnatém.

8. Závěry

Bylo prokázáno, že se s měnicími rozměry tělesa mění i mechanické vlastnosti, především tažnost, ta s rostoucím průřezem klesá.

Tělesa pro zkoušku tahem jsou definována v normách, ale tato zkouška neposkytuje plnohodnotné zhodnocení napětíově deformační charakteristiky materiálu jako takového. I při

dodržení podmínek krátkých poměrných tyčí lze při různých velikostech těles naměřit různé hodnoty pro jeden materiál. Touto prací bylo zhodnoceno, že Weibullovo napětí dokáže napřevě deformační chování materiálu popsat mnohem lépe nežli konvenční zkouška tahem a výstup z ní.

8. Seznam použité literatury

- [1] Veles P., Mechanické vlastnosti a skúšanie kovov, ALFA – ISBN 63-559-85 (1985)
- [2] Strnadel B., Nauka o materiálu II Degradáčnı procesy a design konstrukčnıch materiálu, Skriptum VŠB – ISBN 978-80-248-1842-9 (2008)
- [3] Jareš V., Základnı zkoušky kovů a jejich teorie, Praha – DT-620.17.001 – 5098 (1966)
- [4] Yingbin Bao, Dependence of ductile crack formativ in tensile tests on stress triviality, stress and strain ratios, Engineering and Fracture mechanics 72 (2005) 505-522
- [5] ANFOR, NF EN 13262, říjen 2004
- [6] Ghosh A. K., Acta Metallurgica, vol. 25. Pp 1413-1424. Pergamon Press, 1977
- [7] Yuan W. J. et al., Influence of specimen thickness with rectangular cross-section on the tensile properties of structural steels, Materials Science and Engineering A Volume 532 (2012), Pages 601-605
- [8] Besson J., Devillers-Guerville L., Pineau A., Modelling of scatter and size effect in ductile fracture: application to thermal embrittlement of duplex stainless steels, Engineering Fracture Mechanics 67 (2000), Pages 169-190
- [9] Kohyama A., Hamada K., Matsui H., Specimen size effects on tensile properties of neutron-irradiated steels, Journal of Nuclear Materials 179-181 (1991), Pages 417-420
- [10] Zhao Y. H. et al., Influence of specimen dimensions and strain measurement methods on tensile stress-strain curves, Material Science and Engineering A Volume 525, Issues 1-2, 15 November 2009, Pages 68–77
- [11] Bridgman P. W. , Studies in large plastic flow and fracture (1952)
- [12] M.A.G. Bernal, R. S. Mishra, R. Verma, H. Silva, Scripta Materialia 60 (2009), Pages 850-853

- [13] P. Matic, G.C. Kirby III, M. I. Jolles, Proc. R. Soc. Lond A 417 (1988), Pages 309-333
- [14] N. K. Gupta, Mech. Mater. 1 (1982), Pages 219-228
- [15] T. N. Gosh, J. Mech. Work. Technol. 7, (1982), Pages 23-37
- [16] L. V. Raulea, J. Mater. Proc. Technol. 115, (2001), Pages 44-48
- [17] C. H. Suh, J. Mech. Sci. Technol. 24, (2010), Pages 2091-2098
- [18] McClintock FA, Argon AS. Mechanical behavior of materials. Cambridge, MA: Addison-Wesley Publishing Company Inc.; 1965
- [19] Marshall ER, Shaw MC. The determination of flow stress from a tensile specimen. Trans ASM 1952;44:705-25
- [20] Parker ER, Davis HE, Flanigan AE. A study of the tensile test. Proc ASTM 1946;46:1159-74
- [21] Alves M, Jones N. Influence of hydrostatic stress on failure of axisymmetric notched specimens. J Mech Phys Solids. 1999;47:643-67
- [22] Clausing DP. Effect of plastic strain state on ductility and toughness. Int J Fract Mech 1970;6:71-85
- [23] McClintock FA, Zheng ZM. Ductile fracture in sheets under transverse strain gradients. Int J Fract 1993;64:321-337
- [24] Hart E. W. Acta Metallurgica 15, 351 (1967)
- [25] Jonas J. J., Holt R. A., Coleman C. E.; Acta Metallurgica 24, 911 (1976)
- [26] Mirone, G., 2004, A new model for the elastoplastic characterization and stress-strain determinativ on the necking section of a tensile specimen. International Journal of Solids and Structures 41, 3545-3564
- [27] Zhang, Z. L., Hauge, M., Odegard, J., Thaulov, C., 1999. Determining material true stress-strain curve from tensile specimen with tensile cross-section. Int. J. Solids Struct. 36, 3497-3516

- [28] La Rosa, G., Mirone, G., Risitano, A., 2000. Una nova propita numerico-sperimentale per la caratterizzazione elastoplastica. In: Proc. XV Italian National Congress IGF, Bari, Italy, pp. 361-371
- [29] Sergueeva, A. V., Zhou, J., Meacham, B. E., Branagan, D. J., 2009. Gage length and sample size effect on measured properties during tensile testing. *Materials Science and Engineering A* 526 (2009), Pages 79-83
- [30] Zhao, Y. H., et al., *Scr. Mater.* 59 (2008), 627-630
- [31] Sharpe, W. N., *Exp. Mech.* 43 (2003) 228-237
- [32] Mahabunphachai, S., Koç, *Int. J. Mach. Tools Manuf.* 48 (2008) 1014-1029
- [33] Raulea, L. V., et al., *J. Mater. Process. Technol.* 115 (2000) 44-48
- [34] Kals, T. A., Eckstein, R., *J. Mater. Process. Technol.* 103 (2001) 95-101
- [35] Michel, J. F., Picart, P., *J. Materl. Process. Technol.* 141 (2001) 439-446
- [36] LaVan, D. A., Sharpe, W. N. Jr, *Exp. Mech* 39 (1999) 210-216
- [37] Hoffmann, H. H., Hong, S., *Ann. CIRP* 55 (2006) 1-4
- [38] Isono, Y., Namazu, T., Terayama, N., *J. Microelectromech. Syst.* 15 (2006) 169-179
- [39] Hemker, K. J., Sharpe, W. N. Jr, *Ann. Rev. Mater. Res.* 37 (2007) 93-126
- [40] Goh, T. N., Shang, H. M., *J. Mech. Working Technol.* 7 (1982) 23-37
- [41] Miyahara, K., Tada, C., Uda, T., Igata, N., *J. Nuclear Mater.* 133-134 (1985) 506-510
- [42] Fan, Z., *Mater. Sci. Eng. A*191 (1995) 73-83
- [43] Arzt, E., *Acta Materialia* 46 (1998) 5311-5626
- [44] Moreau P., et al., *Philos. Mag. Lett.* 85 (2005) 339-343
- [45] Kim, G. Y., Ni, J., Koç, M., *Trans. ASME* 129 (2007) 470-476
- [46] Espinosa, H. D., Zhu, Y., Fisher, M., Hutchinson, J., *Exp. Mech.* 43 (2003) 309–316
- [47] A.V. Dyskin, M.R.A. Van Vliet, J.G.M. Van Mier, *Int. J. Fract.* 108 (2001) 43–61

- [48] L.V. Raulea, A.M. Goijaerts, L.E. Govaert, F.P.T. Baaijens, J. Mater. Proc. Technol. 115 (2001) 44–48.
- [49] L. Peng, F. Liu, J. Ni, X. Lai, Mater. Des. 28 (2007) 1731–1736
- [50] C.-T. Li, N.R. Langley, J. Am. Ceram. Soc. 68 (1985) C202–C204
- [51] ASTM E8-04 Standard test methods for tension testing of metallic materials
- [52] Hall, E., 1951. The deformation and ageing of mild steel: III discussion of results. Physical Society of London 64, 747–753
- [53] Petch, N., 1953. The cleavage strength of polycrystals. Journal of the Iron Steel Institute 174, 25–28
- [54] Janssen, P., de Keijser, T., Geers, M., 2006. An experimental assessment of grain size effect in the uniaxial straining of thin Al sheet with a few grains across the thickness. Material Science, Engineering A419, 238–248
- [55] Weiss, B., Groger, V., Khatibi, G., Kotas, A., Zimprich, P., Stickler, R., Zagar, B., 2002. Characterization of mechanical, thermal properties of thin Cu foils, wires. Sensors, Actuators A99, 172–182
- [56] Klein, M., Hadrboletz, A., Weiss, B., Khatibi, G., 2001. The size effect on the stress–strain, fatigue, fracture properties of thin metallic foils. Material Science, Engineering, 924–928
- [57] Simons, G., Weippert, C., Dual, J., Villain, J., 2006. Size effects in tensile testing of thin cold rolled, annealed Cu foils. Material Science, Engineering A416, 290–299
- [58] Michel, J., Picart, P., 2003. Size effects on the constitutive behaviour for brass in sheet metal forming. Journal of Material Processing Technology 141, 439–446
- [59] Stolken, J., Evans, A., 1998. A microbend test method for measuring the plasticity length scale. Acta Materialia 46, 5109–5115
- [60] Venkatraman, R., Bravman, J.C., 1992. Separation of film thickness and grain boundary strengthening effect in Al thin films on Si. Journal of Materials Research 7, 2040–2048

- [61] Kiener, D., Grosinger, W., Dehm, G., Pippan, R., 2008. A further step towards an understanding of size-dependant crystal plasticity: in situ tension experiments of miniaturized single-crystal copper samples. *Acta Materialia* 56, 580–592
- [62] Dimiduk, D., Uchic, M., Parthasarathy, T., 2005. Size-affected single slip behaviour of pure nickel microcrystals. *Acta Materialia* 53, 4065–4077
- [63] Espinosa, H.D., Panico, M., Berbenni, S., Schwarz, K.W., 2006. Discrete dislocation dynamics simulation to interpret plasticity size and surface effects in freestanding FCC thin films. *International Journal of Plasticity* 22, 2091–2117
- [64] Nair, A.K., Parker, E., Gaudreau, P., Karkaz, D., Kriz, R.D., 2008. Size effects in indentation response of thin films at the nanoscale. A molecular dynamics study. *International Journal of Plasticity* 24, 2016–2031
- [65] Fourie, J., 1967. The flow stress gradient between the surface, centre of deformed copper single crystals. *Philosophical Magazine* 17, 735–756
- [66] Mughrabi, H., 1971. Some consequences of surface, size effects in plastically deformed copper single crystals. *Physical Status Solidi* 44, 391–402
- [67] Huvier, C., Comfarto, E., El Alami, H., Delafosse, D., Feaugas, X., 2009. Some correlations between slip band emergence and dislocation pattern. In: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, vol. 3, p. 012012
- [68] Fourie, J., 1986. Soft surface effect in copper single crystals oriented for multiple glide and in polycrystalline copper. In: *Strength of Metals and Alloys Proceedings of the 7th International Conference*. Pergamon Press, pp. 99–104
- [69] Keller, C., Hug, E., Retoux, R., Feaugas, X., 2010. TEM study of dislocation patterns in near-surface and core regions of deformed nickel polycrystals with few grains across the cross section. *Mechanics of Materials* 42 (1), 44–54
- [70] Armstrong, R., 1961. On the size effects in polycrystal plasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 9, 196–199
- [71] Thompson, A., 1973. Use of non-polycrystal specimens in mechanical behavior tests. *Scripta Metallurgica* 8, 145–148

- [72] Keller, C., et al., 2011. Microstructural size effect on mechanical properties of high purity nickel. *International Journal of Plasticity* 27 (2011) 635–654
- [73] Weibull W. A statistical theory of strength of materials. Royal Swedish Institute for engineering research 1939;1-45.
- [74] Weibull W. A statistical distribution function of wide applicability. *J Appl Mech* 1951;18:253.
- [75] Beremin FM. A local criterion for cleavage fracture of a nuclear pressure vessel steel. *Metallurgical Transactions A* 1983;14A:2277-2286.
- [76] Mudry F. A local approach to cleavage fracture. *Nuclear Engineering and Design* 1987;105:65-76.
- [77] Minami F, Brückner-Foit A, Munz D, Trollidenier B. Estimation procedure for the Weibull parameters used in the local approach. *International Journal of Fracture* 1992;54:197-210.
- [78] Klünsner T, et al. Effect of specimen size on the tensile strength of WC-Co hard metal. *Acta Materialia* 2011;59:4244-4252.
- [79] Kursawe S, Pott Ph, Sockel HG, Heinrich W, Wolf M. On the influence of binder content and binder composition on the mechanical properties of hardmetals. *International Journal of Refractory Metals & Hard Materials* 2001;19:335-340.
- [80] Besson J, Devillers-Guerville L, Pineau A. Modelling of scatter and size effect in ductile fracture: application to thermal embrittlement of duplex stainless steels. *Engineering Fracture Mechanics* 200;67:169-190.
- [81] Bernauer G, Brocks W, Schmitt W. Modifications of the Beremin model for cleavage fracture in the transition region of a ferritic steel. *Engineering Fracture Mechanics* 1999;64:305-325.
- [82] Beremin FM. A local criterion for cleavage fracture of a nuclear pressure vessel steel. *Metall Trans* 1983;14A:2277–87
- [83] Petti J, Dodds RH. Coupling of the Weibull stress model and macroscale models to predict cleavage fracture. *Engng Fract Mech* 2004;71:2079–103
- [84] Mudry F. A local approach to cleavage fracture. *Nucl Engng Des* 1987;105:65–76

- [85] ASTM E1921. Test method for the determination of reference temperature T_0 for ferritic steels in the transitive range. Philadelphia: American Society for Testing and Materials; 2003
- [86] Gao X, Ruggieri C, Dodds RH. Calibration of Weibull stress parameters using fracture toughness data. *Int J Fract* 1998;92:175–200

Poděkování

Díky panu profesoru Strnadelovi za odborné vedení a cenné rady, ing. Janu Brumkovi za ochotnou pomoc, Lukáši Horsákovi za zaučení na trhačím stroji, rodině a všem ostatním zúčastněným.